

José Tomás dos Santos Frederico

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica



Desenvolvimento da camada solidificada na moldagem por injeção: uma abordagem simplificada para escoamento sobre um plano arrefecido

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor Daniel Cardoso Vaz, Professor Auxiliar,
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de
Lisboa

Fevereiro, 2021



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Desenvolvimento da camada solidificada na moldagem por injeção: uma abordagem simplificada para escoamento sobre um plano arrefecido

Copyright © José Tomás dos Santos Frederico, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Aos meus pais

Agradecimentos

À minha faculdade, UNL-FCT Nova, por me ter proporcionado uma excelente formação, imprescindível para a minha vida profissional futura.

A todo o corpo docente do Departamento de Engenharia e Mecânica Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologia, por me ter ensinado sempre com confiança e entusiasmo, despertando o meu interesse e curiosidade pelos temas respetivos.

Ao Professor Daniel Vaz, por toda a sua disponibilidade e orientação, que apesar dos tempos difíceis e diferentes que se viveram durante o desenvolvimento desta dissertação se mostrou incansável, e pela oportunidade de dar o meu contributo neste tema. Gostaria de sublinhar a importância das contribuições do Professor Daniel Vaz para a elaboração do Capítulo 3 desta dissertação.

Ao meu pai e à Paula, um eterno obrigado por todo o vosso apoio. Um obrigado por sempre acreditarem nas minhas capacidades. Um obrigado por não deixarem que a minha “rebeldia” da adolescência me descarrilasse dos meus objetivos. Um obrigado por toda a educação que me deram. Um obrigado por serem os melhores pais do mundo.

À minha mãe, por me proporcionares todas as condições para que eu tivesse sucesso na minha vida académica. Um grande obrigado por todo o teu apoio sempre que eu estava apilhado de trabalho, ou ansioso por ter um teste. Sempre acreditaste em mim, nas minhas competências, o que me deu confiança para enfrentar os meus desafios. Um enorme obrigado pelos valores que me ensinaste, que me ajudaram a ultrapassar barreiras e permitiram tornar-me na pessoa que sou hoje. Obrigado mãe, és uma grande mulher.

À Teresa Gomes, pelo teu apoio incondicional durante todo o meu percurso académico. Um obrigado por me teres ajudado a tornar-me quem hoje sou: alguém capaz de utilizar o Word. Um obrigado por todos os sorrisos que me puseste na cara, em momentos bons ou maus. Um obrigado por tudo.

Resumo

A técnica de moldagem por injeção é o processo mais comum para produzir peças de plástico no mundo. Um dos seus maiores problemas é o aparecimento do empeno nas peças moldadas, podendo isto torná-las inaceitáveis visual e funcionalmente. Esta é uma adversidade que pode ser antecipada na fase de conceção da peça, permitindo poupar tempo e recursos. O que se procura nesta dissertação é contribuir para o desenvolvimento de métodos céleres de avaliação do desenvolvimento da camada solidificada de peças obtidas por injeção de polímeros. Estes métodos complementaríamos os atualmente utilizados, sendo estes baseados em métodos numéricos computacionalmente intensivos e demorados.

Na presente dissertação constrói-se um modelo matemático transiente e quasi-bidimensional para o caso de material fundido a escoar sobre uma parede plana arrefecida. Através de um balanço energético feito a sucessivas camadas de material, e utilizando uma velocidade de escoamento constante, obteve-se um sistema de equações cuja solução rege a forma da camada solidificada num dado instante. No sentido de aproximar o modelo a um problema bidimensional, utilizou-se uma velocidade de escoamento decrescente. A comparação dos resultados permitiu constatar que utilizando uma velocidade decrescente, a camada solidificada apresentava uma frente de material mais arredondada e um desenvolvimento longitudinal menor. A implementação do modelo foi realizada em código *Octave*, alcançando-se tempos de cálculo reduzidos.

O efeito da temperatura do fundido, da parede plana fria e de solidificação do material, foi estudado, verificando-se que a quantidade de material solidificado em cada passo de tempo variava de acordo com os fluxos de calor resultantes das respetivas temperaturas. Foi encontrada uma limitação no modelo, sendo este apenas válido apenas enquanto o valor da espessura da primeira camada for igual ou inferior a k_s / h (k_s representa a condutividade térmica do material solidificado e h simboliza o coeficiente de convecção).

Analisaram-se ainda parâmetros adimensionais identificados na construção do modelo, nomeadamente: o número de Jakob, o qual indicou que o calor libertado durante a solidificação do material é superior ao calor sensível libertado durante o seu arrefecimento; o número de Stanton, que permitiu concluir que o calor transferido por convecção durante a solidificação do material é bastante inferior à sua capacidade de armazenar calor; e por fim, o número de Biot que possibilitou deduzir que é a convecção o mecanismo de transferência de calor predominante no processo.

Palavras-chave: Injeção de polímeros; Moldagem por injeção; Simulação de injeção; Frente de material; Modelo simplificado; Transferência de calor.

Abstract

The injection molding technique is the most common method for mass-produce plastic parts in the world. One of its biggest problems is the appearance of warping in the molded parts, making them visually and functionally unacceptable. This is a problem that can be anticipated in the part design phase, saving time and resources. What is sought in this dissertation is to contribute to the development of swift methods for assessing the development of the solidified layer of parts obtained by injection of polymers. These methods would complement those currently used, which are based on computationally intensive and time-consuming numerical methods.

In this dissertation, a transient and quasi-bidimensional mathematical model is constructed for the case of molten material flowing over a cold flat wall. Through an energy balance made to successive layers of material and using a constant flow velocity, a system of equations was obtained, whose solution governs the shape of the solidified layer at a given instant. To approximate the model to a two-dimensional system, a decreasing flow velocity was used. The comparison of the results showed that using a decreasing flow velocity, the solidified layer's front of material had a rounder shape and a smaller longitudinal development. The model was implemented in Octave code, achieving reduced simulation times.

The effect of the temperatures of melt, cold plane wall, and material solidification on the solution was studied, demonstrating that the amount of solidified material in each time step varied according to the heat flows resulting from the respective temperatures. A limitation was found in the model, which is only valid if the thickness value of the first layer is less than or equal to k_s / \dot{h} (k_s represents the thermal conductivity of the solidified material and \dot{h} symbolizes the convection coefficient).

Dimensionless parameters identified in the construction of the model were studied, namely: the Jakob number that indicated that the latent heat released during the solidification of the material is greater than the sensitive heat released during its cooling; the Stanton number, which allowed to conclude that the heat transferred by convection during the material's solidification is considerably less than its heat capacity; and the Biot number, which permitted to deduce that convection is the predominant heat transfer mechanism in the given process.

Keywords: Polymer injection; Injection Molding; Injection simulation; Front of material; Simplified model; Heat Transfer.

Conteúdos

1. Introdução.....	1
1.1. Motivação.....	1
1.2. Revisão bibliográfica	4
1.3. Objetivos da dissertação	6
1.4. Estrutura da dissertação	7
2. Moldagem por injeção.....	9
2.1. Técnica de moldagem por injeção.....	9
2.2. Molde	10
2.3. Máquina injetora.....	13
2.4. Materiais termoplásticos	15
2.5. Defeitos geométricos.....	17
2.5.1. <i>Linhas de escoamento (Flow Lines)</i>	18
2.5.2. <i>Jetting</i>	18
2.5.3. <i>Depressões superficiais (Sink Marks)</i>	19
2.5.4. <i>Bolhas de ar (vacuum voids)</i>	19
2.5.5. <i>Injeções incompletas (Short shots)</i>	20
2.5.6. <i>Empeno (Warping)</i>	20
2.6. Números adimensionais	21
2.6.1. <i>Número de Biot</i>	21
2.6.2. <i>Número de Stanton</i>	22
2.6.3. <i>Número de Jakob</i>	22
3. Metodologia e modelo <i>plug-flow</i> com temperatura de parede constante	23
3.1. Métodos.....	23
3.2. Modelo <i>plug-flow</i> com temperatura de parede constante	25
3.2.1. <i>Breve descrição</i>	25
3.2.2. <i>Hipóteses simplificativas</i>	25

3.2.3. Relações de interesse e parâmetros adimensionais.....	26
3.2.4. Camada arbitrária interior, num instante t genérico.....	26
3.2.5. Camada de fronteira na entrada do domínio	28
3.2.6. Camada de fronteira na frente de material	29
3.2.7. Sistema de equações.....	29
3.2.8. Implementação do modelo	33
3.2.9. Critério de validade do modelo	33
3.2.10. Considerações relativas ao passo de tempo.....	34
3.2.11. Velocidade decrescente do escoamento.....	34
4. Resultados	37
4.1. Introdução.....	37
4.2. Efeito do passo de tempo.....	37
4.3. Desenvolvimento da camada solidificada e Biot local.....	40
4.4. Variação da temperatura do fundido, parede fria e solidificação	42
4.5. Efeito do parâmetro limitador k_s / \hbar	43
4.6. Desenvolvimento da camada solidificada utilizando uma velocidade decrescente de escoamento	46
4.7. Interpretação dos números adimensionais	49
5. Conclusão	51
5.1. Principais conclusões	51
5.2. Sugestões para trabalho futuro	53
Referências	55
I. Apêndice	59

Lista de figuras

FIGURA 1.1 - EXEMPLO DE UMA PEÇA PROJETADA (ESQUERDA) E PEÇA OBTIDA COM EMPENO (DIREITA) (ADAPTADO DE (BEACON, 2019)).....	2
FIGURA 1.2 - FRENTE DO MATERIAL INJETADO NA CAVIDADE DO MOLDE E SUAS DIFERENTES ZONAS (ADAPTADO DE (BREZINOVÁ AND GUZANOVÁ, 2010)).....	3
FIGURA 1.3 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES RESIDUAIS TERMICAMENTE INDUZIDAS NO PAR CASCA SÓLIDA (C) – NÚCLEO FUNDIDO (T) (ADAPTADO DE (GUEVARA-MORALES AND FIGUEROA-LÓPEZ, 2014)).....	3
FIGURA 2.1 - COMPONENTES DE UM MOLDE TÍPICO DE DUAS CAVIDADES (ADAPTADO IN (RODRIGUES, 2018)).....	11
FIGURA 2.2 - SISTEMA DE ARREFECIMENTO BORBULHANTE (ADAPTADO DE (POWELL, 2001)).....	12
FIGURA 2.3 - EXEMPLO DE SISTEMA DE ALIMENTAÇÃO (ADAPTADO DE (ALI)).....	12
FIGURA 2.4 - EXEMPLO DE UMA MÁQUINA INJETORA DE FUSO E SUAS DIFERENTES UNIDADES (ADAPTADO DE (RODRIGUES, 2018)).....	13
FIGURA 2.5 - UNIDADE DE INJEÇÃO DE FUSO E SEUS DIFERENTES COMPONENTES (ADAPTADO DE (ALI)).....	14
FIGURA 2.6 - CICLO DO PROCESSO DE INJEÇÃO (ADAPTADO IN (RODRIGUES, 2018)).....	15
FIGURA 2.7 - EVOLUÇÃO TEMPORAL DA VISCOSIDADE DE UM PLÁSTICO SUBMETIDO A UMA TEMPERATURA ELEVADA (ADAPTADO DE (ROSATO, DOMINICK; DONALD, ROSATO; MARLENE, 2000)).....	16
FIGURA 2.8 - EXEMPLO DE UMA PEÇA COM LINHAS DE ESCOAMENTO (RETIRADO DE TECH).....	18
FIGURA 2.9 - EXEMPLO DE UMA PEÇA COM "JETTING" (ADAPTADO DE GEDDES).....	19
FIGURA 2.10 - EXEMPLO DE UMA DEFORMAÇÃO SUPERFICIAL (RETIRADO DE HAWK RIDGE SYSTEMS ENGINEERING TEAM, 2013).....	19
FIGURA 2.11 - EXEMPLO DE UMA PEÇA COM BOLHAS DE AR NO SEU INTERIOR (RETIRADO DE ROGERS, 2015).....	20
FIGURA 2.12 - EXEMPLO DE UMA INJEÇÃO INCOMPLETA, ONDAS AS LACUNAS NÃO PREENCHIDAS ESTÃO ASSINALADAS (RETIRADO DE KNACK, 2015).....	20
FIGURA 2.13 - EXEMPLO DE UMA PEÇA ONDE OCORREU O FENÓMENO DO EMPENO (RETIRADO DE COOLEY, 2018).21	
FIGURA 3.1-POÇOS E FLUXOS DE CALOR NO VOLUME SOLIDIFICADO NUMA CAMADA ARBITRÁRIA I. (NO ESQUEMA NÃO SE DISTINGUIU O VOLUME SOLIDIFICADO NO ÚLTIMO PASSO DE TEMPO (τ) DO VOLUME SOLIDIFICADO ACUMULADO DE TODOS OS PASSOS DE TEMPO ANTERIORES) (VAZ E FREDERICO, 2020).	27
FIGURA 3.2 – POÇOS E FLUXOS DE CALOR NO VOLUME SOLIDIFICADO NA CAMADA INICIAL DO DOMÍNIO, NO PASSO DE TEMPO τ	28

FIGURA 3.3 – POÇOS E FLUXOS DE CALOR NO VOLUME SOLIDIFICADO NA CAMADA DA FRENTE DE MATERIAL, NO PASSO DE TEMPO τ	29
FIGURA 4.1 - VARIAÇÃO DO TEMPO DE SIMULAÇÃO EM FUNÇÃO DO PASSO DE TEMPO.	38
FIGURA 4.2 - TEMPO DE INJEÇÃO DO MATERIAL, ATÉ $Bi=1$	39
FIGURA 4.3 - GRÁFICO DO PRIMEIRO SALTO DE ESPESSURA NA CAMADA DE ENTRADA DO DOMÍNIO EM FUNÇÃO DO PASSO DE TEMPO.	40
FIGURA 4.4 - DESENVOLVIMENTO DA CAMADA SOLIDIFICADA E DO BIOT LOCAL AO LONGO DA PAREDE PLANA FRIA.	41
FIGURA 4.5 - EFEITO DA TEMPERATURA DA PAREDE PLANA FRIA, DO MATERIAL FUNDIDO E DE SOLIDIFICAÇÃO, NO PRIMEIRO SALTO DA CAMADA DE ENTRADA DO DOMÍNIO.	42
FIGURA 4.6 - DESENVOLVIMENTO DA CAMADA SOLIDIFICADA AO LONGO DA PAREDE FRIA PARA HDPE E \dot{h} RECOMENDADO PELO <i>CADMOULD 3D-F</i>	44
FIGURA 4.7 - DESENVOLVIMENTO DA CAMADA SOLIDIFICADA AO LONGO DA PAREDE FRIA PARA PP E \dot{h} RECOMENDADO PELO <i>CADMOULD 3D-F</i>	45
FIGURA 4.8 - DESENVOLVIMENTO DA CAMADA SOLIDIFICADA AO LONGO DA PAREDE FRIA PARA PP E \dot{h} RECOMENDADO PELO <i>MOLDFLOW</i>	45
FIGURA 4.9 - DESENVOLVIMENTO DA CAMADA SOLIDIFICADA AO LONGO DA PAREDE PLANA FRIA, UTILIZANDO VELOCIDADE DECRESCENTE DE ESCOAMENTO E UM VALOR DE PASSO DE TEMPO τ , DO TOPO PARA BAIXO, DE: 1, 10, 150 E 416.	47
FIGURA 4.10 - DESENVOLVIMENTO DA CAMADA SOLIDIFICADA AO LONGO DA PAREDE PLANA FRIA COM: A) VELOCIDADE DECRESCENTE DE ESCOAMENTO, B) VELOCIDADE CONSTANTE DE ESCOAMENTO.	48
FIGURA 5.1 – INJEÇÃO DE MATERIAL EM FORMA DE CALOTES ESFÉRICAS QUE EMANAM A PARTIR DE UM PONTO DA PAREDE DO MOLDE.	53

Lista de tabelas

TABELA 2.1 - VALORES DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA (A 23°C) DE ALGUNS MATERIAIS POLIMÉRICOS UTILIZADOS NA MOLDAGEM POR INJEÇÃO (GOODFELLOW; KOPELIOVICH, 2013).	17
TABELA 3.1 - PROPRIEDADES FÍSICAS DO POLIPROPILENO (PP) (GOODFELLOW; MAIER AND CALAFUT, 1998; SOONG, 1981).	24
TABELA 3.2 - RESUMO DO VALOR DE VARIÁVEIS DO PROCESSO.....	24
TABELA 3.3 - VALORES TÍPICOS DA RELAÇÃO k_s / h [M] (GOODFELLOW; STRICKER AND STEINBICHLER, 2014). ...	34
TABELA 4.1 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DE SIMULAÇÕES UTILIZANDO DIVERSOS PASSOS DE TEMPO.....	38
TABELA 4.2 – CARACTERÍSTICAS DA SIMULAÇÃO.	41

Nomenclatura

T_{∞}	Temperatura do escoamento, não perturbada [°C]
V_{∞}	Velocidade de escoamento do fundido, não perturbada [m/s]
Δs	Passo de tempo espacial [m]
Δt	Passo de tempo [s]
T_{sol}	Temperatura de solidificação do material fundido [°C]
k_s	Condutividade térmica material solidificado [W/m°C]
T_w	Temperatura da parede [°C]
c_p	Calor específico do material fundido a pressão constante [J/kg°C]
m	Massa do material fundido [kg]
h_{lat}	Entalpia latente do material fundido [J/kg]
ρ	Massa volúmica do material fundido [kg/ m ³]
T_s	Temperatura média da fração sólida [°C]
h	Coeficiente de transferência de calor por convecção [W/ m ² °C]
q'_{ar}	Calor emanado do material fundido para a bolsa de ar a jusante ao mesmo, por unidade de tempo e de comprimento [W/m]
q'_u	Calor emanado da camada a montante para a camada a jusante, por unidade de tempo e de comprimento [W/m]

q'_d	Calor emanado da camada a montante para a camada a jusante, por unidade de tempo e de comprimento [W/m]
q'_t	Calor emanado do material fundido, da camada considerada, para o material solidificado nessa mesma camada, por unidade de tempo e de comprimento [W/m]
Bi	Número de Biot
St	Número de Stanton
Ja	Número de Jacob

1

Introdução

1.1. Motivação

O início do processo de injeção de polímeros marcou-se pelo patenteamento da primeira máquina de injeção em 1872, pelo inventor americano John Wesley Hyatt. A indústria foi-se desenvolvendo até que, em 1946, devido à segunda guerra mundial, o inventor americano James Watson Hendry construiu a primeira máquina de injeção de parafuso, por forma a responder à procura de produtos baratos e produzidos em massa. Esta permitia um controlo mais preciso da velocidade de injeção, bem como a qualidade dos produtos resultantes (Plastics, 2011).

Atualmente, a indústria de moldagem por injeção de plásticos contribui para as mais variadas áreas, tal como a indústria automóvel, médica, aeroespacial, brinquedos, entre outros. A injeção de polímeros perfaz cerca de 32% do consumo mundial de plásticos (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000).

Esta indústria marca a sua presença em Portugal desde a década de 50, tendo-se desenvolvido e expandido até aos dias de hoje, onde se encontra em constante progresso (Rodrigues, 2018).

A evolução tecnológica mundial gera uma pressão no setor industrial no sentido de aumentar o rigor dimensional das peças obtidas, bem como diminuir o período de conceção e produção das mesmas. A indústria de injeção de polímeros não é exceção, pelo que se torna importante entender os fenómenos por detrás dos defeitos geométricos envolvidos no processo, para que estes sejam colmatados (Rodrigues, 2018).

A procura e exigência de tolerâncias dimensionais precisas têm vindo a aumentar, o que leva a um maior controlo dos fenómenos que possam comprometer a viabilidade da peça produzida. Um destes fenómenos, e objeto de estudo desta dissertação, é o empeno, ilustrado

na Figura 1.1. É então fundamental conseguir prever a ocorrência do empeno na peça (Guevara-Morales and Figueroa-López, 2014).

O empeno consiste numa deformação geométrica causada por tensões residuais. Estas tensões, desenvolvidas no interior do molde, originam de três efeitos distintos: tensões induzidas pelo escoamento, tensões termicamente induzidas na fase de arrefecimento e tensões induzidas pela pressão de compactação (Young, 2004; Guevara-Morales and Figueroa-López, 2014).

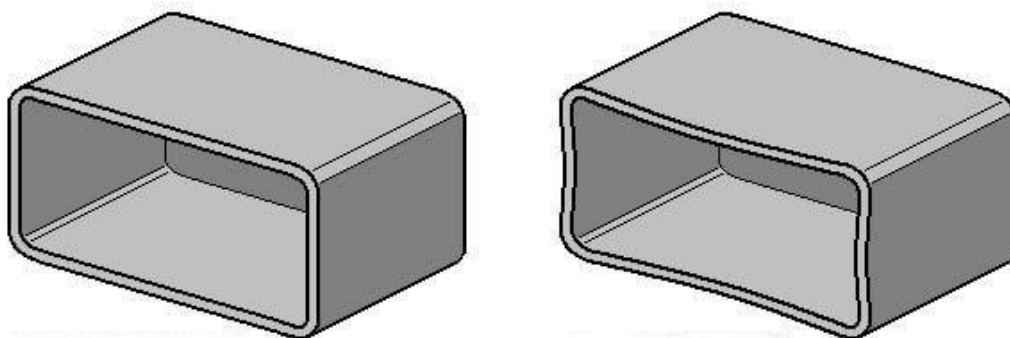


Figura 1.1 - Exemplo de uma peça projetada (esquerda) e peça obtida com empeno (direita) (adaptado de (Beacon, 2019)).

As tensões induzidas pelo escoamento são, em valor absoluto, geralmente uma ordem de grandeza inferior às tensões induzidas termicamente. Estas surgem durante a fase de enchimento do material. Este tipo de tensão residual irá provocar o aparecimento de anisotropia em certas propriedades do material, e poderá também ser responsável pelo empeno da peça (Zoetelief et al., 1996).

Como o material fundido está a uma temperatura superior às superfícies do molde, forma-se uma casca sólida de material na superfície da peça à medida que o material vai avançando na cavidade, deixando um núcleo de material ainda fundido, como mostra a Figura 1.2. Nesta fase, a superfície da peça é livre de contrair, não formando tensões residuais na mesma. À medida que o polímero vai arrefecendo, esta casca sólida vai crescendo, no entanto, a tendência de o material contrair durante o seu arrefecimento é contrariada pela presença da casca sólida formada inicialmente. É gerado então um par de compressão-tração, associada à casca sólida e ao núcleo fundido, respetivamente, visível na Figura 1.3 (Guevara-Morales and Figueroa-López, 2014).

A pressão de compactação garante o preenchimento das cavidades do molde, como referido anteriormente. Gera-se então um diferencial de pressão entre a entrada do molde e as suas periferias, o que resulta num arrefecimento não uniforme. (Young, 2004).

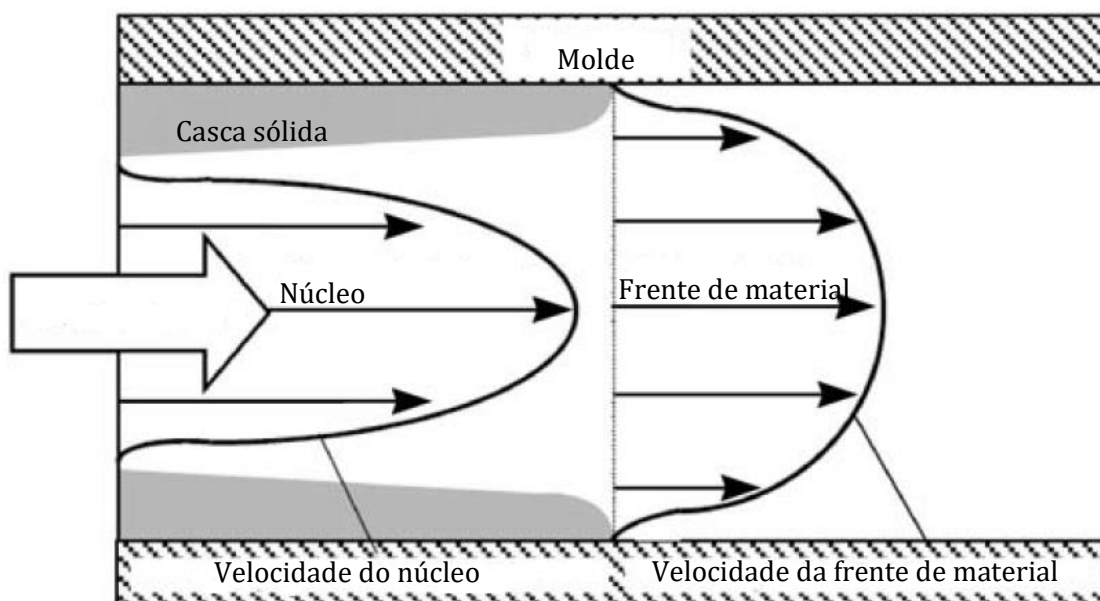


Figura 1.2 - Frente do material injetado na cavidade do molde e suas diferentes zonas
(adaptado de (Brezinová and Guzanová, 2010)).

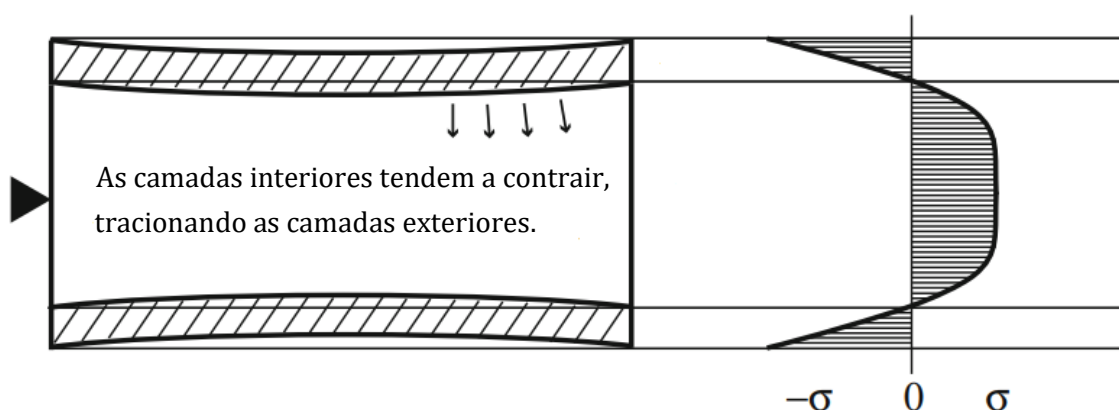


Figura 1.3 - Distribuição de tensões residuais termicamente induzidas no par casca sólida (C) – núcleo fundido (T) (adaptado de (Guevara-Morales and Figueroa-López, 2014)).

A indústria tem vindo a responder a esta problemática através de simulações numéricas, com o objetivo de melhorar o projeto dos moldes, prever defeitos como o empeno e melhorar o próprio processo de injeção. Exemplos de programas utilizados para os fins anteriormente referidos são o *Moldflow*, *Cadmould-3DF* e *Moldex3D*. Embora os programas atualmente disponíveis no mercado sejam um passo no caminho certo, estes ainda exigem uma parametrização que carece de muita atenção, para além da morosa e computacionalmente pesada simulação numérica envolvida. Surge então a necessidade de modelos céleres que permitam prever o comportamento da camada solidificada, incluindo fenómenos como o empeno (Cardoso, 2019).

1.2. Revisão bibliográfica

A técnica industrial de moldagem por injeção tem sido alvo de estudo devido à sua importância na indústria. A simulação desta técnica é geralmente efetuada utilizando programas de análise numérica, não para otimizar, mas sim para descrever o processo, tal como descrito em (Zhu and Wang, 2010). Contudo, ao longo dos anos, alternativas à simulação numérica têm sido investigadas, com o fim de as complementar, no sentido de otimizar o processo, por exemplo, através da determinação dos pontos ótimos de injeção.

Exemplos dos métodos céleres que têm sido desenvolvidos até ao dia, serão de seguida, brevemente descritos.

A equação de Tait é uma equação de estado P-V-T, i.e., representa o comportamento volumétrico em função da pressão e temperatura, normalmente associada a polímeros. Com base nesta equação, (R. Y. Chang, C. H. Chen, 1996) foram feitas previsões do comportamento físico de um polímero (poliestireno, ou PS) para posteriormente comparar com resultados experimentais. Esta equação é composta por vários parâmetros empíricos, os quais são específicos das condições do processo e do material polimérico em questão, gerando-se uma dependência da disponibilidade destes parâmetros em bases de dados.

Em 1999, (Jourlin et al., 2000) desenvolveram um modelo matemático com base na propagação de distâncias, para simular a injeção do polímero. Os autores utilizaram a propagação de distâncias discretizadas, como ferramenta para simular a injeção do polímero, reproduzindo o seu comportamento físico através de um método computacional, como o de Lattice Boltzmann.

Courbebaisse et al. (2002), recorreram a uma análise geométrica para otimizar o processo de moldagem por injeção. Através de vários parâmetros geométricos, propuseram-se a determinar as melhores localizações dos pontos de injeção que provocassem a menor pressão de injeção, bem como um enchimento do molde mais uniforme. Este estudo foi realizado com o auxílio de simulações numéricas, fundamentadas pelas equações que resultam do modelo de escoamento de Hele-Shaw. Estas equações correspondem a particularizações das equações de Navier-Stokes, as quais são equações diferenciais complexas e que podem incorrer em custos computacionais e tempos de cálculo elevados.

Com o propósito de simular o processo de revestimento em molde, ou *in-mold coating* na literatura inglesa, (Chen, 2003) desenvolveu dois modelos matemáticos. O autor começou por construir um modelo unidimensional com base na equação de Navier-Stokes, resolvendo-o através do método das diferenças finitas. Desenvolveu também um modelo bidimensional a partir da equação de conservação de massa e das equações de Navier-Stokes. Acrescentou-se ao modelo bidimensional o efeito de compressibilidade do termoplástico através da equação de Tait (equação de estado P-V-T). Através de alguma manipulação matemática, o autor chegou a resultados analíticos, que pôde comparar com resultados numéricos e experimentais.

Latt et al. (2004), propuseram-se a modelar a moldagem por injeção através do método de Lattice-Boltzmann a duas dimensões. Foram estudados os dois fluídos presentes neste processo:

o ar e o plástico fluidizado. A concepção de um modelo que simulasse o escape do ar à medida que o plástico avança no molde, é de facto interessante, no entanto, foi assumido que estes dois fluidos possuíam o mesmo valor de densidade e viscosidade, o que se afasta bastante da realidade. Este modelo simulou uma injeção de material numa superfície plana que ocorre transversalmente à superfície, resultando num disco de material, cujo raio aumenta em cada passo de tempo. Os resultados obtidos foram posteriormente comparados com resultados provenientes do programa *Moldflow*. Este estudo visou em obter um resultado preliminar da evolução do material, algo que também é pretendido nesta dissertação.

No sentido de criar ferramentas preliminares à concepção do molde, Courbebaisse (2005) apresentou uma abordagem com base na macro análise da frente de propagação do polímero, na fase de enchimento. Para mais, propôs-se a otimizar o molde, com o fim de atingir um enchimento mais homogéneo, bem como a encontrar a posição dos melhores pontos de injeção. O modelo escolhido para descrever o comportamento dos fluidos é o modelo de Hele-Shaw, o qual se pode mostrar complexo e consumidor de tempo. Este é um tipo de modelo quási-estático, onde a propagação do fluido consiste na sucessão de estados estacionários.

Por forma a simular a fase de enchimento na moldagem por injeção foi investigada uma abordagem geométrica (Au, 2005) que permitisse avaliar o padrão de enchimento do polímero, em fases preliminares à concepção do molde. A técnica utilizada assume que a velocidade do escoamento é proporcional à espessura da parede da peça produzida o que, de acordo com os autores, pode ser uma simplificação irrealista, pois a velocidade é na verdade uma função das condições do processo, da dissipação de calor e da viscosidade do plástico fluidizado. Esta abordagem consistiu na assunção de que o material fundido se comportava como uma onda, como tal o seu comportamento poderia ser descrito através de uma equação de propagação de onda numa superfície plana e evoluindo radialmente.

Taghizadeh et al. (2013), com o objetivo de prever a ocorrência de empeno em peças obtidas por moldagem por injeção, formularam um modelo computacional do tipo rede neural artificial, ou como na literatura inglesa: *artificial neural network*, com base em vários parâmetros de processo. De forma a diminuir o tempo de preparação de uma injeção, diminuindo também a necessidade da tentativa e erro, este modelo disponibilizou resultados que foram posteriormente comparados com simulações numéricas do programa *Moldflow*. Este é um método especialmente difícil de formular, já que depende de dados experimentais para ajustar o sistema.

Guerrier et al. (2017), compararam os resultados experimentais de uma moldagem por injeção com os resultados devolvidos por um programa de análise numérica. A visualização do processo experimental foi feita diretamente, recorrendo a um molde com uma janela de vidro. Os resultados experimentais foram documentados através de uma máquina fotográfica de alta velocidade, e de seguida, foram comparados com aqueles obtidos numericamente. Foram encontradas pequenas variações relativamente aos dois resultados obtidos, as quais originaram de aspetos geométricos que o programa utilizado não teve em conta. Desta forma, foi possível concluir que a

precisão dos resultados numéricos não é garantida, pois existem aspetos que podem não estar sendo contabilizados.

Foi realizada uma revisão da modelação matemática do processo de moldagem por injeção com o intuito de sumarizar o estado da arte da modelação em si, bem como a otimização do mesmo (Fernandes et al., 2018). Desta forma, os autores descreveram cada fase do processo com as equações que a governam: equações de Navier-Stokes. A título de diminuir a complexidade e custo computacional envolvidos no problema, os autores recorreram às equações de Hele-Shaw, que são obtidas através de uma simplificação das equações de Navier-Stokes. Estas equações seriam resolvidas através de métodos numéricos que se podem tornar lentos, devido à natureza complexa do problema e por se tratar de equações diferenciais complicadas.

Pignon et al. (2018) apresentaram dois modelos analíticos com a capacidade de determinar o tempo de solidificação do polímero, a variação de temperatura na superfície do molde e os fluxos de calor trocados entre o polímero e o molde. Estes modelos analíticos basearam-se em equações diferenciais de transferência de calor unidimensionais onde, devido à sua complexidade, surgiu a necessidade de utilizar ferramentas matemáticas, como a transformada de Fourier, para as resolver. Os parâmetros calculados através destes métodos foram comparados com resultados experimentais, e estando estes em concordância, confirmaram a sua viabilidade. Desta forma, possibilitaram uma descrição preliminar de parâmetros característicos da transferência de calor, invariáveis ao processo de moldagem por injeção.

A moldagem por injeção tem sido alvo de vários estudos no sentido de otimizar o processo e de prever o comportamento da frente do material. No entanto, existe uma necessidade de ferramentas simples no mercado, que consigam resultados suficientemente exatos, para numa fase preliminar do processo de conceção do molde, ser possível agilizar o processo iterativo inerente.

1.3. Objetivos da dissertação

São objetivos desta dissertação:

Abrir caminho para um método que torne a previsão do fenómeno de empeno mais célere e acessível, sem necessitar de um grande poder computacional ou dispêndio de tempo, conseguindo resultados com exatidão suficiente para tomadas de decisão em fase de pré-projecto.

Construir um modelo matemático simples, com base num balanço energético feito a uma camada genérica de material solidificado, sendo este injetado sobre uma parede plana. Este modelo será quasi-bidimensional, i.e., unidimensional, mas onde se pretende reproduzir alguns efeitos bidimensionais, tornando-o mais realista. Planeia-se obter um sistema de equações que possam ser resolvidas rapidamente utilizando uma ferramenta numérica, como o *Octave*.

Resolver posteriormente o problema matemático através de código *Octave*, onde serão estudados, em fase inicial, parâmetros de simulação pertinentes, tal como o passo de tempo e o passo espacial, procurando rapidez e viabilidade dos resultados.

Estudar os parâmetros do processo relevantes para que se possa entender a sua influência na solução numérica, nomeadamente a temperatura do material injetado, a temperatura de solidificação do material injetado, a temperatura da parede fria, o coeficiente de transferência de calor por convecção e a condutividade térmica do material injetado.

Identificar números adimensionais pertinentes, para que se possa interpretar o seu valor, tirando conclusões sobre os fenómenos termodinâmicos que o modelo está a descrever.

1.4. Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se estruturada em seis capítulos, ao longo dos quais se distribuem as diversas matérias abordadas. Apresenta-se de seguida uma breve descrição dos capítulos que compõem esta dissertação, com exceção do Capítulo 1.

No Capítulo 2 reside uma breve descrição do processo de moldagem por injeção, onde se inclui a descrição do próprio processo, das principais ferramentas, dos materiais usualmente empregues e de defeitos geométricos comuns. No final do Capítulo 2, apresentam-se números adimensionais pertinentes para a moldagem por injeção, que serão posteriormente identificados no modelo matemático desenvolvido nesta dissertação.

No Capítulo 3 é realizada uma descrição sucinta dos métodos e meios utilizados para o desenvolvimento do modelo matemático e para a respetiva implementação. Neste capítulo, o modelo matemático com o fim de prever a forma da camada solidificada de material é construído, incluindo as suas hipóteses simplificativas, bem como o seu desenvolvimento matemático. No Capítulo 4 está também presente um conjunto de considerações tidas em conta na implementação do modelo em ambiente *Octave*.

No Capítulo 4 encontram-se os resultados do modelo matemático desenvolvido nesta dissertação. Em primeiro lugar, apresenta-se o estudo do efeito do passo de tempo na solução. De seguida, o desenvolvimento da camada solidificada do material e o estudo de algumas variáveis do modelo, incluindo o seu efeito na solução. Por fim, é feita a interpretação dos parâmetros adimensionais, com base no seu respetivo valor.

Por fim, o Capítulo 5 tem como objetivo apresentar as ilações do estudo realizado, concluindo sobre os resultados obtidos. Adicionalmente, é possível encontrar sugestões para trabalho futuro, no sentido de acrescentar valor ao modelo apresentado nesta dissertação.

Moldagem por injeção

2.1. Técnica de moldagem por injeção

A técnica de injeção de polímeros tem ganho importância nas últimas décadas devido à sua capacidade de produzir peças de geometria complexa com baixo peso específico, através de uma única operação. Associada a esta indústria, está a indústria de produção de moldes, cuja qualidade nacional é reconhecida internacionalmente há vários anos (Cruz, 2016).

A moldagem por injeção consiste na plastificação de um material termoplástico, injetando-o posteriormente, num molde, cujas cavidades têm a forma geométrica da peça a ser produzida (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000).

O fabrico de uma peça através de injeção de polímeros envolve várias etapas fundamentais, que podem ser resumidas nas seguintes (Rodrigues, 2018):

- Projeto da peça;
- Fabrico do molde;
- Injeção do artigo.

A primeira fase, que diz respeito ao projeto da peça, corresponde à negociação entre o cliente e o fabricante. Nesta fase são discutidas as características da peça, tendo em conta a sua futura função, as condições a que a peça estará sujeita, as tolerâncias geométricas, etc. É importante ter em conta as limitações da tecnologia de injeção, pelo que se torna importante ter uma comunicação clara e frequente entre as duas entidades envolvidas, para que se possa aliar a tecnologia existente, à execução da peça, de forma harmoniosa (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000; Rodrigues, 2018).

De seguida, mediante os requerimentos do cliente, é construído o molde. Para ser um bom projeto, este molde deve atender às limitações da tecnologia existente, bem como antecipar a ocorrência de fenómenos reológicos típicos. Por outro lado, o molde deve acomodar a complexidade da peça, por forma a reproduzir o artigo com tolerâncias geométricas dentro da gama aceitável. Este deve ser adaptado à cadência em questão, ou seja, ao número de moldações por unidade de tempo. Por fim, é necessário ter em conta o tipo de material que será utilizado, sendo importante a compatibilidade do material injetado, com o material do molde (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000).

Através de uma máquina injetora, é feita a introdução do material polimérico no interior do molde. Resumidamente, o processo de injeção passa pelas seguintes etapas: a injeção do material, o seu arrefecimento e extração da peça final. Finalmente, pode ser feita uma inspeção de qualidade, onde se averigua a ocorrência de defeitos geométricos no artigo obtido (Cruz, 2016; Rodrigues, 2018).

2.2. Molde

Como referido no subcapítulo 2.1, o fabrico de uma peça através de injeção de polímeros pode ser descrito por 3 etapas fundamentais. No decorrer da etapa intermédia, fabrico do molde, é crucial que se tenha em conta não só a geometria pretendida, mas também os fenómenos termodinâmicos, tal como diferenciais de tempo de arrefecimento ao longo da peça.

O molde é uma ferramenta chave para o processo de injeção de polímeros. Este acomoda o polímero injetado, através de cavidades, cuja forma geométrica corresponde à geometria da peça pretendida. Este dita a textura superficial e as dimensões do artigo moldado. Sendo uma ferramenta de precisão, o molde deve também ser robusto o suficiente para suportar o número de ciclos de moldagem de alta pressão, para o qual foi projetado (Powell, 2001).

A constituição do molde é tipicamente composta por (Rodrigues, 2018):

- Sistema de injeção ou cavidade;
- Sistema de extração ou bucha;
- Sistema de arrefecimento;
- Sistema de alimentação;
- Zonas moldantes.

A configuração de molde de duas placas é a mais comum, consistindo num molde que se divide em duas metades ao longo de um plano de separação. Estas duas metades designam-se por cavidade e bucha, sendo estas responsáveis pela injeção e extração, respetivamente. A metade do molde que diz respeito à cavidade está tipicamente fixa, enquanto que a metade da bucha é móvel (Powell, 2001; Rodrigues, 2018). Na Figura 2.1 está representado um exemplo de um molde típico de duas placas.

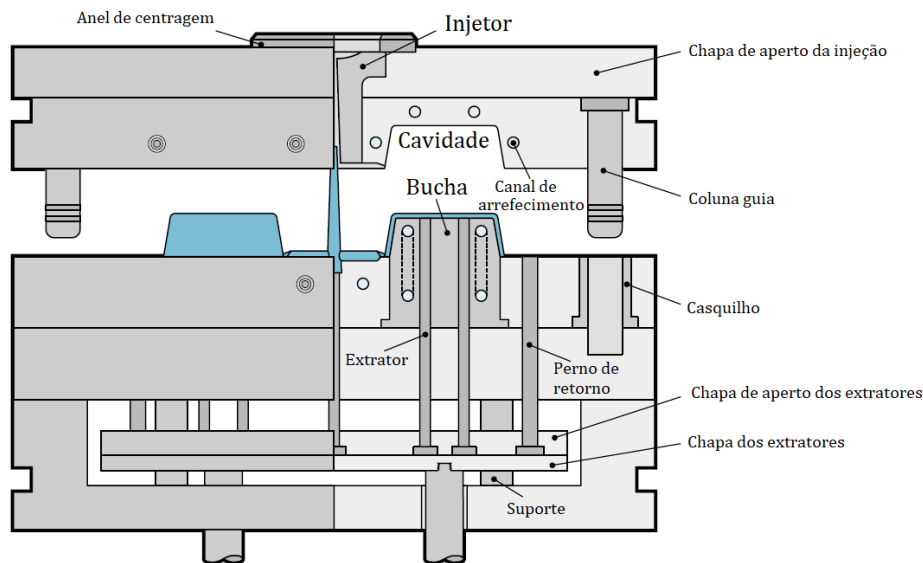


Figura 2.1 - Componentes de um molde típico de duas cavidades (adaptado in (Rodrigues, 2018)).

Uma das funções do molde é remover calor do material plástico fundido, possibilitando a sua solidificação. As paredes do molde arrefecem o fundido, por se encontrarem a uma temperatura inferior, graças ao sistema de arrefecimento do molde. Um bom sistema de arrefecimento mantém a temperatura necessária no molde, providencia um arrefecimento uniforme ao longo do artigo e consegue atingir ciclos de moldagem rápidos. Um arrefecimento impróprio do plástico pode levar a variações da taxa de arrefecimento ao longo da peça, bem como tensões residuais que por sua vez, levará ao aparecimento de deformações geométricas, como o empeno. Estes sistemas de arrefecimento são compostos por canais onde circula água, porém, devido a restrição de espaço, por vezes é necessário recorrer a outras alternativas como borbulhantes e defletores, ideais para atingir zonas de difícil acesso. A Figura 2.2 exemplifica um borbulhante (Powell, 2001; Rodrigues, 2018).

O sistema de alimentação é responsável por fornecer o polímero fundido da máquina injetora até à cavidade do molde. Este é geralmente composto por um gito por onde escoar o material até aos canais de distribuição que, por sua vez, alimentam as cavidades que darão origem à peça pretendida. Um exemplo deste sistema encontra-se na Figura 2.3 (Ali).

Por fim, as zonas moldantes são caracterizadas por terem a geometria inversa da peça final pretendida. Este é considerado o núcleo do molde, pelo que é, geralmente, construído a partir de aços ferramenta, com elementos de liga que garantem estabilidade geométrica, face aos diferenciais térmicos existentes no processo de injeção de polímeros (Rodrigues, 2018).

Para além dos anteriormente mencionados, existem outros sistemas que constituem o molde e que têm também papéis fundamentais no processo, tais como: sistema de escape de gases, sistema de guiamento e sistema de travamento (Cruz, 2016).

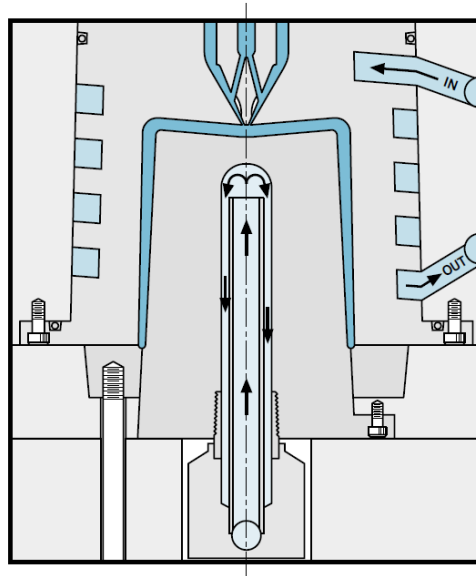


Figura 2.2 - Sistema de arrefecimento borbulhante (adaptado de (Powell, 2001)).

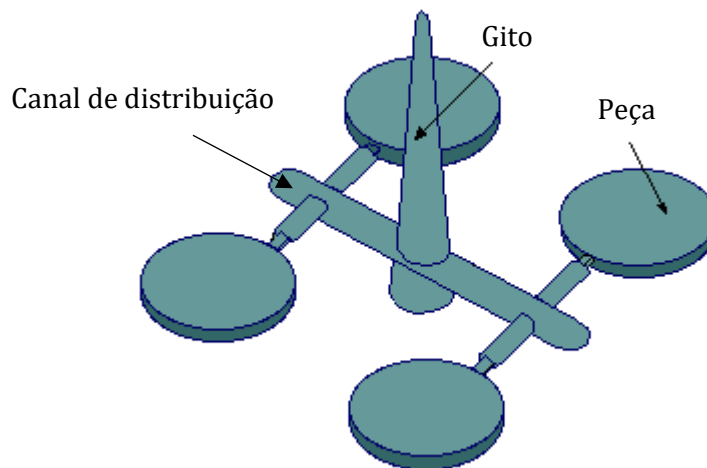


Figura 2.3 - Exemplo de sistema de alimentação (adaptado de (Ali)).

O sistema de escape de gases é responsável por expulsar voláteis resultantes do processo, tal como material oxidado. Desta forma, evita-se um aumento de pressão devido à acumulação de gases, o que levaria ao aumento da temperatura de processo e, como consequência, poderiam surgir defeitos geométricos na peça (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000).

Os sistemas de travamento e de guiamento alinham corretamente as várias chapas que constituem o molde, por forma a garantir tolerâncias geométricas precisas (Rodrigues, 2018).

2.3. Máquina injetora

A máquina injetora é responsável por transportar e introduzir o material polimérico no interior do molde. Esta é composta por várias secções diferentes, que funcionam sincronamente, como mostra a Figura 2.4 (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000). Eis as secções:

- Unidade de injeção;
- Unidade de potência;
- Unidade de fecho;
- Molde;
- Unidade de controlo.

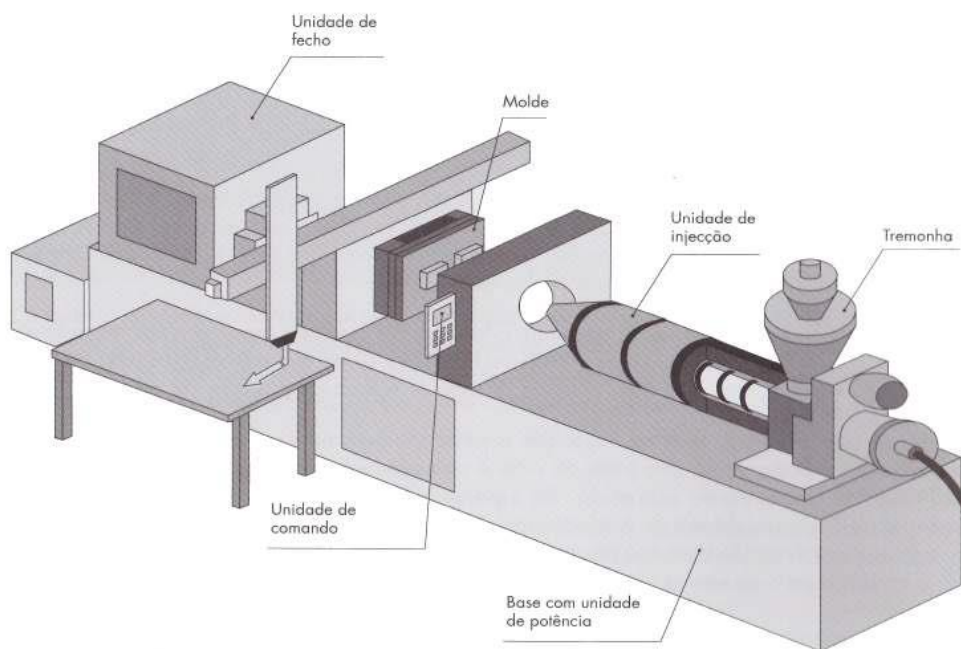


Figura 2.4 - Exemplo de uma máquina injetora de fuso e suas diferentes unidades (adaptado de (Rodrigues, 2018)).

O material polimérico é introduzido na unidade de injeção através da tremonha. De seguida, o material é alimentado ao parafuso, que transportará o mesmo para o molde. Durante o percurso, o material é aquecido através das bandas de aquecimento, por forma a fundi-lo. A Figura 2.5 representa um esquema de uma unidade de injeção e seus diferentes componentes (Ali).

Todos os atuadores envolvidos são alimentados através da unidade de potência, um sistema geralmente electro-hidráulico, onde uma bomba pneumática é acionada através de um motor eléctrico (Pinto, 2012; Cruz, 2016).

A unidade de fecho responsabiliza-se por abrir e fechar o molde durante a operação, permitindo assim a extração da peça moldada. Outra função desta unidade é garantir estabilidade estrutural ao molde, de maneira a que este não ceda perante as pressões envolvidas na injeção.

Associado a esta unidade, está um atuador elétrico, hidráulico ou híbrido (Pinto, 2012; Rodrigues, 2018).

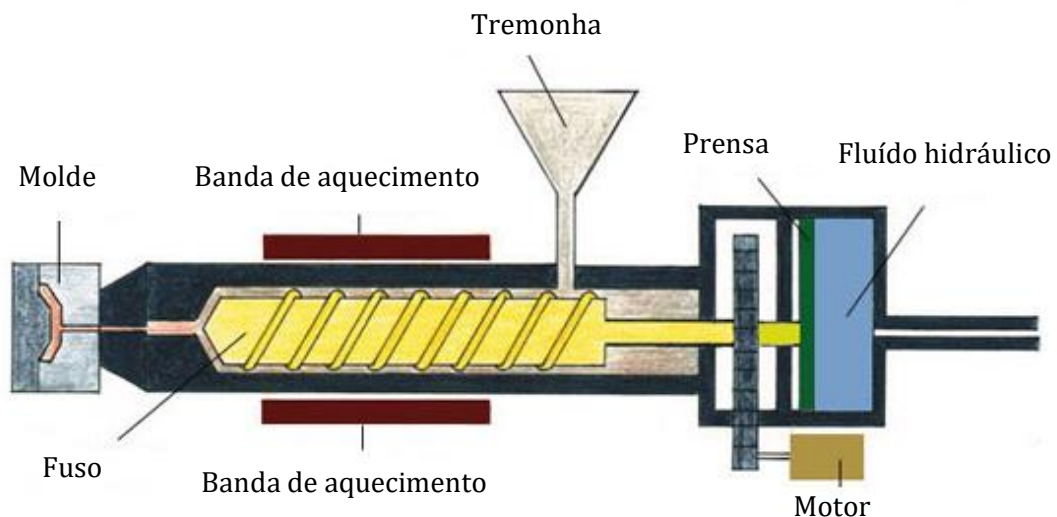


Figura 2.5 - Unidade de injeção de fusão e seus diferentes componentes (adaptado de (Ali)).

O molde enquadra-se na máquina injetora, sendo este fundamental para garantir a forma geométrica pretendida.

A unidade de controlo garante consistência e repetibilidade do processo. Para além disso, monitoriza e comanda as variáveis de processo, sendo estas: pressão, temperatura, velocidade de rotação do fuso, entre outras, fornecendo uma interface com o operador (Cruz, 2016; Rodrigues, 2018).

O processo de injeção de polímeros é geralmente de carácter cíclico, sendo que as diferentes etapas podem ser discretizadas como mostra a Figura 2.6. Começando pelo fecho do molde, que ocorre simultaneamente com a alimentação de material da tremonha para o fuso (o qual se encontra em rotação). Com o auxílio das bandas de aquecimento, o material polimérico é fundido e homogeneizado. De seguida, através de um atuador, por exemplo hidráulico, o fuso inicia um movimento de translação linear, aliado à sua rotação. O resultado é o avanço do plástico fluidificado em direção ao molde. Nesta etapa do ciclo, surge a necessidade de determinar qual o perfil de injeção mais adequado ao caso, por forma a obter uma injeção rápida, que não comprometa a integridade do molde. Este perfil é geralmente definido pela pressão ou velocidade do fuso por distância percorrida ou tempo decorrido. Para compensar a contração do material que começa a arrefecer, o fuso pressuriza a moldação, alimentando continuamente o plástico fundido. Desta forma, garante-se que as zonas moldantes permanecem totalmente preenchidas. Esta fase torna-se fundamental para garantir um bom rigor geométrico, pois evita vários defeitos deste tipo. Com o arrefecimento do material, o parafuso recua, e inicia um novo movimento de rotação com o

intuito de plasticizar o novo material polimérico, que será utilizado na seguinte injeção. A etapa seguinte consiste no arrefecimento da peça, até que se encontrem as condições corretas para a sua extração. Segue-se a abertura do molde e a extração do artigo. Entre injeções, existe o tempo de pausa, que varia consoante a situação (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000; Rodrigues, 2018).

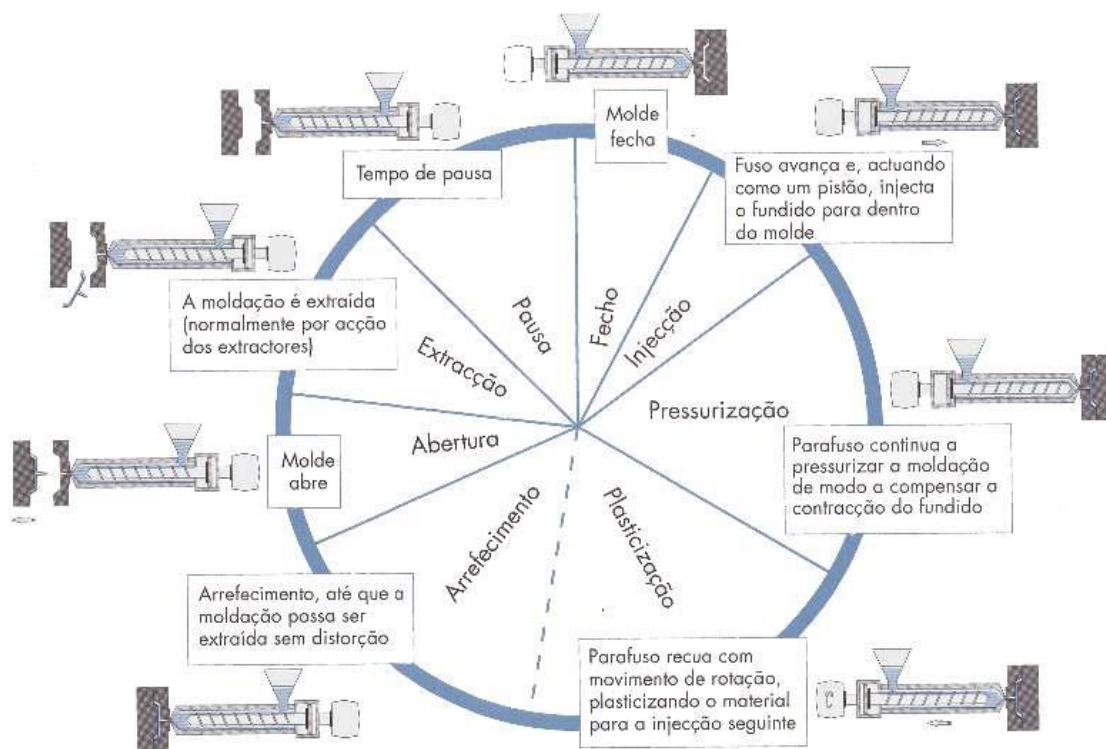


Figura 2.6 - Ciclo do processo de injeção (adaptado in (Rodrigues, 2018)).

2.4. Materiais termoplásticos

Para entender melhor os materiais termoplásticos, é importante conhecer a origem dos polímeros. Derivado do termo grego *polus meros*, que se traduz literalmente em “várias partes”, os polímeros são grandes cadeias moleculares constituídas por monómeros que se repetem consoante um certo padrão. Eis exemplos de polímeros encontrados na natureza: latex, seda e algodão (Ford, 2003; Blaettler, 2018).

Nas últimas décadas, a indústria química tem sido responsável pelo desenvolvimento de uma enorme quantidade de polímeros sintéticos para satisfazer a necessidade de diversos produtos, tal como tinta e elastómeros. Apesar da grande variedade de polímeros existentes atualmente, a categoria de plástico, reserva-se para os polímeros que podem ser moldados ou deformados, para obter objetos sólidos ou semissólidos (Ford, 2003).

Os materiais termoplásticos são um caso particular dos plásticos. Se o material amolecer e fundir mediante o seu aquecimento, e por outro lado, endurecer durante o seu arrefecimento, então pode considerar-se que o material é termoplástico. Graças a estas características, estes materiais são ideais para técnicas industriais como a moldagem por injeção ou extrusão (Ford, 2003).

Uma característica que distingue os plásticos de outros materiais é o seu comportamento tanto como de líquido viscoso, como de elastómero elástico. Esta propriedade mecânica toma o nome de viscoelasticidade. Aplicando carregamentos leves, por exemplo de flexão, verifica-se que os plásticos respondem como uma mola, deformando elasticamente devido ao carregamento, voltando ao estado inicial quando este é retirado. Como não existe energia dissipada neste processo, considera-se um comportamento puramente elástico. Por outro lado, pode verificar-se um comportamento viscoso se o material estiver exposto a carregamentos elevados durante elevados períodos de tempo, ou se a temperatura for elevada o suficiente para o deformar. A Figura 2.7 representa a evolução da viscosidade de um plástico submetido a uma temperatura elevada, em função do tempo (Ford, 2003; Pinto, 2012; Rodrigues, 2018).

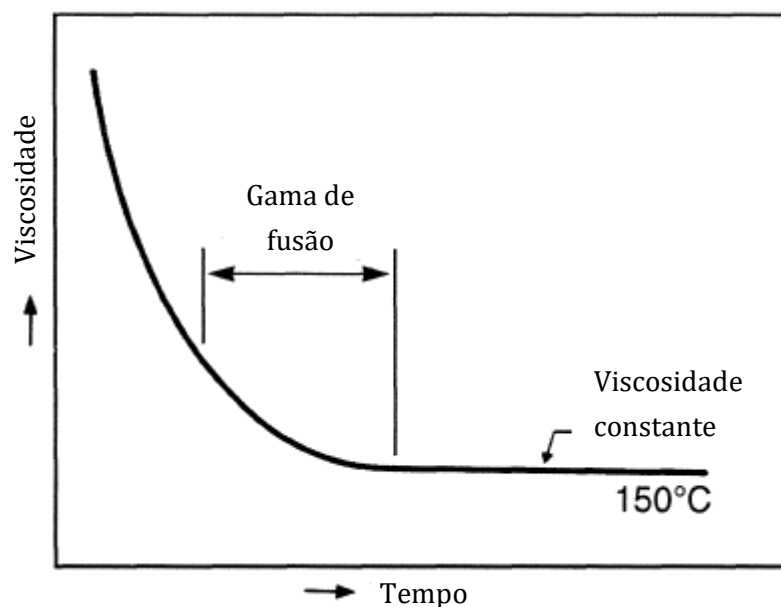


Figura 2.7 - Evolução temporal da viscosidade de um plástico submetido a uma temperatura elevada (adaptado de (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000)).

Existem muitas outras propriedades que tornam este tipo de material interessante do ponto de vista comercial, tal como a condutividade térmica (importante para os isolantes térmicos), e permeabilidade gasosa (relevante para aplicações médicas) (Sokolowski et al., 2007; Quevedo, 2016).

Recorrendo a diferentes métodos, aditivos e modificadores, o mercado oferece atualmente um grande leque de opções relativamente aos polímeros. Os polímeros podem ser categorizados em três famílias distintas: termoplásticos de comodidade; termoplásticos de engenharia e termoplásticos de alto desempenho. Os termoplásticos de comodidade são os mais utilizados na

indústria, por terem um preço mais baixo comparativamente às outras opções, sendo geralmente utilizados no setor automóvel, das embalagens, entre outros. Exemplos de plásticos de comodidade são: PE, PP, PS e PVC. Por outro lado, os termoplásticos de engenharia são caracterizados pelas suas propriedades físicas melhoradas em relação aos de comodidade, bem como pelo seu preço mais elevado. Os exemplos mais relevantes desta família são: PA, PC, PEEK e ABS. Por fim, os termoplásticos de alto desempenho destacam-se pelas suas excelentes propriedades térmicas e mecânicas e pelo seu elevado preço, superior ao das outras duas famílias. Exemplos notáveis de termoplásticos de elevado desempenho são: PES, PEI, PSO e PLA. Este último é obtido através de recursos renováveis, pelo que tem sido a escolha mais comum para o filamento de plástico utilizado em impressões 3D. (Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, 2000; Rodrigues, 2018)

Uma das propriedades mais relevantes dos polímeros é a sua condutividade térmica. Na interface molde-polímero existirá um gradiente de temperatura considerável, já que a parede do molde encontrar-se-á a uma temperatura substancialmente mais baixa que o material polimérico. Daqui resultará um fluxo de calor que irá influenciar a forma com que o material fundido irá solidificar. Para limitar este fluxo de calor, é importante escolher um polímero com uma condutividade térmica adequada (Luca et al., 2019).

A Tabela 1 apresenta os valores de condutividade térmica de alguns polímeros utilizados na moldagem por injeção.

Tabela 2.1 - Valores de condutividade térmica (a 23°C) de alguns materiais poliméricos utilizados na moldagem por injeção (GoodFellow; Kopeliovich, 2013).

Material	Condutividade térmica a 23°C [W/m°C]
PS (Poliestireno)	0,10-0,13
PP (Polipropileno)	0,10-0,22
PC (Policarbonato)	0,19-0,22
PA (Poliamida ou Nylon)	0,24-0,28
ABS (Acrilonitrila butadieno estireno)	0,25
HDPE (Polietileno de alta densidade)	0,45-0,52

2.5. Defeitos geométricos

A moldagem por injeção é um processo que requer atenção ao detalhe e níveis elevados de perícia nas fases de conceção de componentes, como o molde, na escolha dos materiais injetados, e no próprio processo de injeção. Pequenos erros podem levar a elevados custos à empresa, pelo

que devem ser evitados. De seguida listam-se defeitos comuns na indústria da moldagem por injeção, bem como as respetivas causas possíveis.

2.5.1. Linhas de escoamento (*Flow Lines*)

Este tipo de defeito consiste no aparecimento de riscas, linhas ou padrões visíveis, que surgem na superfície do material num tom de cor diferente. Normalmente, aparecem em zonas perto do ponto de injeção do material (Rogers, 2015; Priyanka, 2019).

As linhas de escoamento resultam de variações da taxa de arrefecimento do plástico fundido. Este defeito pode também manifestar-se no caso de a peça possuir tanto paredes finas, como paredes mais grossas, ao invés de uma parede de espessura uniforme. Uma velocidade de injeção baixa pode levar também ao aparecimento deste tipo de defeito, já que o material arrefecerá muito rápido, formando uma camada solidificada mais grossa, originando padrões em onda e riscas (Priyanka, 2019).



Figura 2.8 - Exemplo de uma peça com linhas de escoamento (retirado de Tech).

2.5.2. *Jetting*

Se um jato de material for injetado a partir de uma zona mais restritiva, como o bocal da unidade injetora, para uma zona mais aberta, como o molde, o fenómeno de “*jetting*” pode ocorrer. Este fenómeno consiste na solidificação do material fundido na superfície da peça, de uma forma ondular, deixando marcas da forma como o escoamento de material fundido avançou durante a fase de injeção (Geddes; Rogers, 2015).

Este tipo de defeito ocorre normalmente se a temperatura do material fundido for demasiado baixa, o que implica maior viscosidade do fundido e por consequência, aumentando a resistência ao escoamento ao longo do molde. O material fundido, que antecede as partes mais viscosas, empurra estas últimas, raspando a superfície da peça e danificando-a (Rogers, 2015).

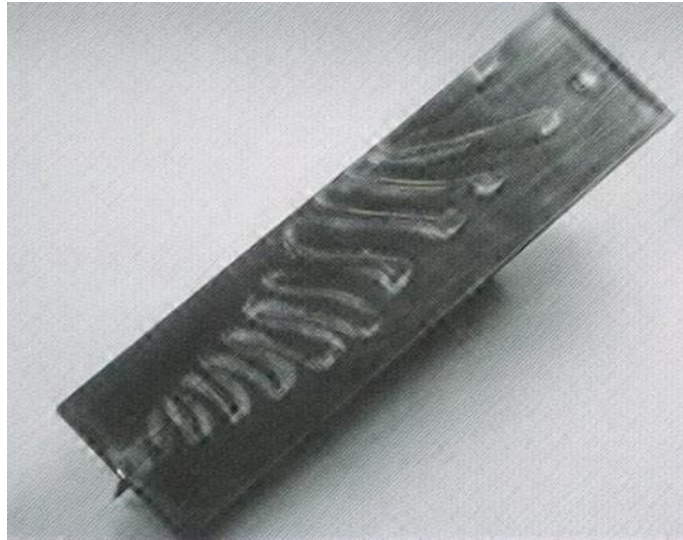


Figura 2.9 - Exemplo de uma peça com "jetting" (adaptado de Geddes).

2.5.3. Depressões superficiais (*Sink Marks*)

Este defeito é caracterizado por pequenas crateras ou depressões na superfície da peça, em zonas mais espessas, e ocorre, de forma geral, devido a contrações volumétricas em zonas interiores da peça. Este fenómeno acontece quando as camadas exteriores do material arrefecem lentamente, levando a que sejam puxadas por camadas mais interiores, sem ter hipótese de arrefecer devidamente, formando as depressões características (Knack, 2015).



Figura 2.10 - Exemplo de uma deformação superficial (retirado de HAWK RIDGE SYSTEMS ENGINEERING TEAM, 2013).

2.5.4. Bolhas de ar (*vacuum voids*)

Por vezes podem surgir bolsas de ar presas no interior ou perto da superfície da peça injetada. Estas bolhas surgem normalmente devido à solidificação não uniforme entre a superfície e

camadas interiores da peça. Este fenómeno poderá ser agravado se a pressão de compactação for insuficiente para condensar adequadamente o material fundido, pressão esta que seria, em condições de funcionamento adequadas, responsável por expelir as bolhas de ar, impedindo que estas se mantivessem no interior da peça (Rogers, 2015).

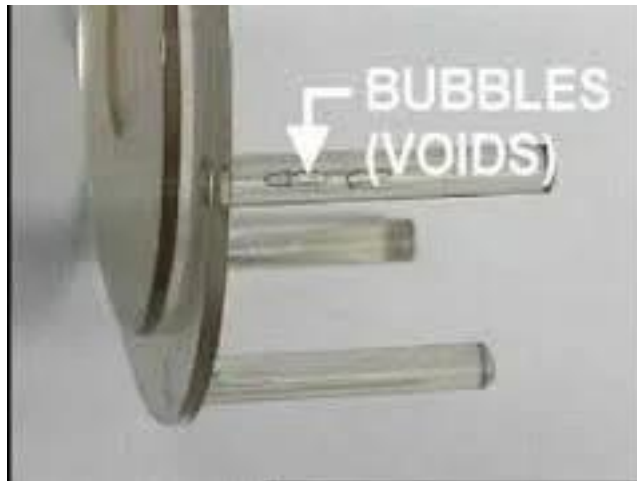


Figura 2.11 - Exemplo de uma peça com bolhas de ar no seu interior (retirado de Rogers, 2015).

2.5.5. Injeções incompletas (*Short shots*)

Como o termo indica, o *short shot* é uma injeção de material que será insuficiente para preencher totalmente as lacunas do molde. O resultado é uma peça incompleta, com secções de material em falta (Rogers, 2015).

A causa mais comum que leva a este fenómeno é o constrangimento da entrada de material, por ter entradas demasiado estreitas (Knack, 2015).



Figura 2.12 - Exemplo de uma injeção incompleta, onde as lacunas não preenchidas estão assinaladas (retirado de Knack, 2015).

2.5.6. Empeno (*Warping*)

O empeno é o defeito alvo desta dissertação. Como referido anteriormente, o empeno consiste na deformação da peça devido a tensões residuais que surgem durante um arrefecimento não

uniforme do material. O resultado é uma peça torcida, dobrada ou com geometria irregular, como exemplifica a Figura 2.13.

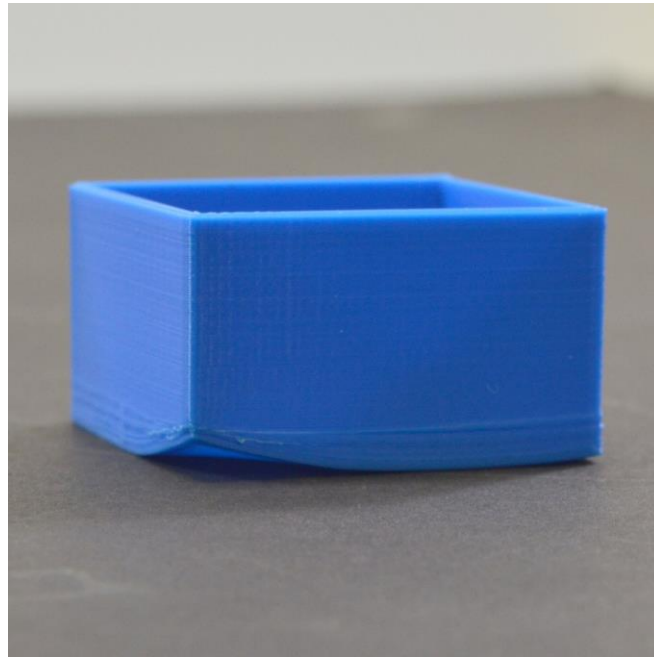


Figura 2.13 - Exemplo de uma peça onde ocorreu o fenómeno do empeno (retirado de Cooley, 2018).

2.6. Números adimensionais

A análise dimensional é utilizada em vários campos da engenharia para fornecer estimativas do comportamento de um sistema através de relações adimensionais. Normalmente, estes parâmetros adimensionais são derivados a partir de equações diferenciais e são definidos a partir do quociente entre duas grandezas físicas (Fatoyinbo, 2013).

A moldagem por injeção é um processo que envolve ferramentas dispendiosas, pelo que a análise dimensional se torna uma solução muito poderosa, evitando a necessidade de recorrer às ferramentas do processo para obter dados experimentais.

De seguida apresentam-se alguns números adimensionais relevantes para o processo de moldagem por injeção, que serão pertinentes nesta dissertação.

2.6.1. Número de Biot

Fundamentalmente, o número de Biot representa uma comparação entre a resistência à condução e a resistência à convecção, e é expresso por:

$$Bi = \frac{hL_c}{k} \quad (2.1)$$

Onde L_c representa um comprimento característico do corpo (tipicamente V/A , o quociente entre o volume do corpo e a área exterior de transferência de calor por convecção); h corresponde ao coeficiente de transferência de calor por convecção (específico das condições do problema) e k à condutividade térmica do corpo sólido.

Este número permite averiguar se existe um efeito predominante da condução ou da convecção. Por exemplo, se $Bi \ll 1$, conclui-se que a convecção tem um papel predominante, em relação à condução, o que pode ser interessante no caso de se querer considerar este corpo como um sistema concentrado, onde a variação espacial da temperatura seria desprezável.

2.6.2. Número de Stanton

O número de Stanton é uma relação adimensional que compara a capacidade de convectar calor, com a energia viscosa transportada no escoamento não perturbado, normalmente utilizado em problemas de convecção forçada. Este número adimensional pode também ser visto como a razão entre o calor transferido para um fluido e a sua capacidade térmica. Este é expresso através de:

$$St = \frac{h}{\rho V_{\infty} c_p} \quad (2.2)$$

Onde ρ representa a massa volúmica do material do corpo; V_{∞} a velocidade do escoamento não perturbado, ou seja, fora de efeitos da camada limite e c_p diz respeito ao calor específico do material fundido.

2.6.3. Número de Jakob

O número de Jakob representa o quociente entre a energia sensível e a energia latente (absorvida ou libertada) durante um processo de mudança de fase, usualmente a condensação. Este número adimensional é determinado a partir de:

$$Ja = \frac{c_p \Delta T}{h_{lat}} \quad (2.3)$$

Onde c_p representa o calor específico do material a pressão constante; ΔT a diferença entre a temperatura da superfície do corpo e a temperatura de mudança de fase e h_{lat} o calor latente.

Metodologia e modelo *plug-flow* com temperatura de parede constante

3.1. Métodos

Através da formulação de um modelo matemático simples estudar-se-á o desenvolvimento da camada superficial que se forma na moldagem por injeção, já que é nesta que o fenómeno do empeno se manifesta. Desta forma, pretende-se complementar as simulações numéricas atualmente utilizadas, com um método célere que permita prever a ocorrência do empeno (Vaz, 2020b).

O primeiro passo será efetuar um balanço de energia a sucessivas camadas de material que vão emanando do ponto de injeção para o interior da cavidade. Utilizar-se-á o conceito de calor latente de solidificação, atendendo a todas as trocas de calor através das fronteiras desses elementos, incluindo perdas para a parede e ganhos de calor a partir da fase líquida (*melt flow*) na interface sólida-líquido. Trata-se de uma abordagem transiente e quasi-bidimensional (Vaz, 2020b). Fazendo este balanço, espera-se chegar a um sistema de equações cuja solução é a forma da camada solidificada num dado instante.

O objetivo inicial será chegar a uma solução generalizada, que será posteriormente simplificada através de certas particularidades, para que se possa resolver o sistema de equações de uma forma mais simples.

A implementação deste modelo será feita com o auxílio de código *Octave*. Antes disto, o problema será construído em pseudocódigo, para tornar a programação em ambiente *Octave* mais eficiente e intuitiva. Os passos temporais e espaciais serão escolhidos de modo a cumprir estabilidade numérica e razoabilidade do tempo de cálculo. Procurar-se-á identificar os principais parâmetros adimensionais envolvidos no problema, para que o seu valor possa ser posteriormente interpretado.

O cálculo computacional será realizado através de um computador equipado com um processador Intel® Core™ i7-7700 com uma frequência máxima de 4,20 GHz.

Procurando uma simulação realista, utilizar-se-ão valores adequados para as constantes do problema. O material considerado será o polipropileno (PP), apresentando na Tabela 2 algumas das suas propriedades físicas, pertinentes para este caso.

Tabela 3.1 - Propriedades físicas do polipropileno (PP) (GoodFellow; Maier and Calafut, 1998; Soong, 1981).

Condutividade térmica, k_s [W/m°C]	Massa volúmica, ρ [kg/m ³]	Capacidade térmica, c_p [J/kg]	Entalpia latente, h_{lat} [kJ/kg]	Temperatura de solidificação, T_{sol} [°C]
0,22	900	1520	209	130

Será considerada uma velocidade de injeção típica de $V_{inj} = V_{\infty} = 0,2$ m/s, que corresponderá à velocidade do escoamento do material fundido (Babenko et al., 2018).

Outras constantes, intrínsecas ao processo, também necessitam de ser definidas. É importante ter em conta que estes parâmetros de processo dependem do material utilizado, pelo que serão escolhidos valores típicos para a injeção de polipropileno. A temperatura do fundido tomará o valor típico de $T_{\infty} = 220$ °C. A temperatura da parede plana fria será $T_w = 60$ °C (Babenko et al., 2018).

O coeficiente de transferência de calor por convecção é uma constante que será importante na simulação, pelo que deve ser escolhido um valor adequado. (Stricker and Steinbichler, 2014) resumiram valores recomendados por fornecedores de software de simulação do processo de moldagem por injeção, pelo que será utilizado o valor de $h = 2000$ W / m²K .

Na Tabela 3 apresenta-se o valor de variáveis do processo.

Tabela 3.2 - Resumo do valor de variáveis do processo.

Velocidade de injeção, V_{∞} [m/s]	Temperatura do fundido, T_{∞} [°C]	Temperatura da parede, T_w [°C]	Coeficiente de convecção, h [W / m ² °C]
0,2	220	60	2000

Por fim, a título de aproximar o modelo quasi-bidimensional de um modelo bidimensional o modelo será reescrito, levantando uma das hipóteses simplificativas: a velocidade de

escoamento considerar-se-á decrescente por forma a emular uma fonte bidimensional. A forma da camada solidificada assim obtida será comparada com os resultados obtidos anteriormente.

3.2. Modelo *plug-flow* com temperatura de parede constante

3.2.1. Breve descrição

O estudo do desenvolvimento da camada solidificada formada durante a injeção do material começa pela formulação de um modelo simplificado. Sugere-se um modelo onde se discretiza o domínio temporal em passos de tempo, Δt , em que se formam camadas sucessivas de material solidificado de espessura $e_{i,\tau}$. Num passo de tempo genérico τ , a espessura da camada arbitrária i , incrementará $\Delta e_{i,\tau}$. O problema será modelado por unidade de largura ($b=1$).

O modelo será de carácter *plug-flow*, em que o material polimérico fundido escoar a uma velocidade sempre constante (insensível à formação da camada solidificada), sobre uma parede lisa e plana. O modelo *plug-flow* assume que não haverá formação de camada limite adjacente à parede. A entrada do domínio corresponderá à transição de parede adiabática para parede de temperatura constante.

O modelo apresentado nos subcapítulos seguintes será quasi-bidimensional, no sentido em que é unidimensional quanto ao escoamento segundo a direção da parede (direção x), mas considera o desenvolvimento de uma espessura de camada de solidificado na direção perpendicular à parede (direção y).

3.2.2. Hipóteses simplificativas

Eis as hipóteses simplificativas consideradas na construção do modelo:

1. $V_\infty(t) = V_\infty = \text{cte.}$, pelo que o avanço da frente de material num passo de tempo é $\Delta s = V_\infty \cdot \Delta t = \text{cte.}$, onde Δt corresponde ao passo no tempo;
2. $T_\infty > T_{sol}$;
3. Perda de calor para a parede $q'_w \neq \text{cte.}$ pois $T_w = \text{cte.}$; será $q'_w = q'_w(x_i, t) = k_s \Delta s (T_\infty - T_w) / e_i$; $Q_w = q_w \Delta t = q'_w \Delta s \Delta t$;
4. $c_p(T) = c_p = \text{cte.}$;
5. $Q_{lat} = m h_{lat}$, com h_{lat} a entalpia latente (de mudança de fase).
6. Atendendo à dinâmica do caso tem-se $e_i < e_{i-1}$;
7. A fração líquida tem capacidade calorífica infinita, pelo que não altera a temperatura local com as trocas de calor através das interfaces líquido-sólido;
8. No avanço de um passo de tempo, há de imediato solidificação de um volume de material, que é desde logo tido em conta ao fazer-se o balanço de energia;
9. Neste modelo quasi-bidimensional não se resolve a distribuição de temperatura na fração sólida, ou seja $T_s(x, y) = T_s$. Adicionalmente, considera-se que a

temperatura média da fração sólida numa camada é suficientemente bem aproximada pela média aritmética das temperaturas, constantes, do fundido (no topo) e a da parede, $T_s = \bar{T} = (T_\infty + T_w) / 2$. Esta temperatura é igual em todas as camadas e, consequentemente, o modelo considera que não existem trocas de calor entre volumes solidificados de camadas adjacentes;

10. Troca de calor com a bolsa de ar a jusante, $q'_{ar} \approx 0$;
11. Considera-se que não há efeitos geométricos locais que provoquem variação dos coeficientes de convecção, pelo que $q'_{u,l} = q'_{d,l} = q'_t$. Estes fluxos serão representados por $q'_{ls} = \hbar(T_\infty - T_w)$.

3.2.3. Relações de interesse e parâmetros adimensionais

Relativamente ao calor latente de solidificação, temos que:

$$q_{lat} = \frac{Q_{lat}}{\Delta t} = \frac{m h_{lat}}{\Delta t} = \frac{\rho(1.\Delta s.e) h_{lat}}{\Delta t} = \rho V_\infty e h_{lat} \quad (3.1)$$

Pelo que:

$$q_{lat} = q''_{lat} (\Delta s.e) \Leftrightarrow q''_{lat} = \frac{\rho h_{lat}}{\Delta t} \quad (3.2)$$

Analogamente, para o calor sensível:

$$\begin{aligned} q_{sens} &= \frac{\rho(\Delta s.e) c_p (T_\infty - T_{sol})}{\Delta t} = \rho V_\infty e c_p (T_\infty - T_{sol}) = q''_{sens} (\Delta s.e) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow q''_{sens} = \frac{\rho c_p (T_\infty - T_{sol})}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.3)$$

O modelo apresentado será regido por relações adimensionais entre os vários fluxos de calor. As seguintes relações adimensionais podem ser interpretadas como generalizações dos números de Jakob (Ja), de Stanton (St) e de Biot local (Bi_i):

$$\frac{q''_{sens}}{q''_{lat}} = \frac{c_p (T_\infty - T_{sol})}{h_{lat}} \rightarrow Ja \quad (3.4)$$

$$\frac{q'_{ls}}{q''_{lat} \Delta s} = \frac{\hbar(T_\infty - T_w)}{\rho V_\infty h_{lat}} \rightarrow St \quad (3.5)$$

$$\frac{q'_{ls}}{q'_{w,i}} = \frac{\hbar(T_\infty - T_w)}{k_s (T_\infty - T_w) / e_i} = \frac{\hbar e_i}{k_s} \rightarrow Bi_i \quad (3.6)$$

3.2.4. Camada arbitrária interior, num instante t genérico

A Figura 3.1 estabelece a nomenclatura utilizada no balanço de energia ao volume solidificado numa camada arbitrária i , num passo de tempo genérico. A fim de manter alguma

generalidade no resultado que se vai obter, não se invocou ainda a hipótese simplificativa 7, i.e., $e_i < e_{i-1}$. Ilustram-se as possíveis entradas de calor, no volume solidificado, a partir das frações líquida e sólida adjacentes e a perda de calor para a superfície do molde. Note-se também os poços de calor correspondentes ao calor sensível (correspondente à diminuição da temperatura desde a da fase líquida, T_∞ , até à temperatura de fusão) e ao calor latente (calor que tem de ser removido do material para conseguir concretizar a sua solidificação).

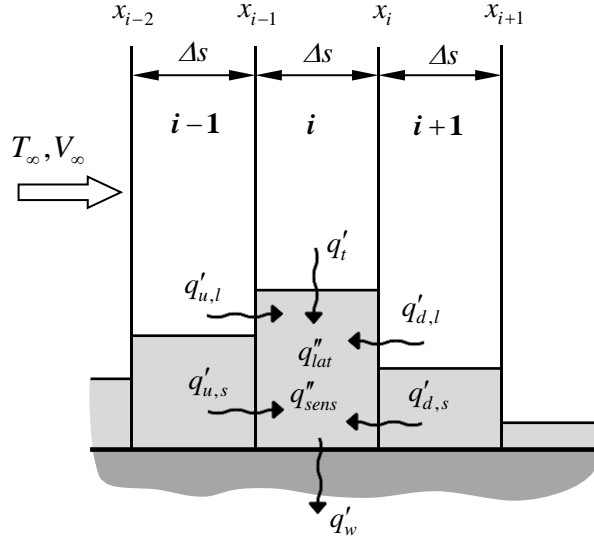


Figura 3.1-Poços e fluxos de calor no volume solidificado numa camada arbitrária i . (No esquema não se distinguiu o volume solidificado no último passo de tempo (τ) do volume solidificado acumulado de todos os passos de tempo anteriores) (Vaz e Frederico, 2020).

Decorre das hipóteses simplificativas que o material solidificado está todo à mesma temperatura média pelo que $q'_u \equiv q'_{u,l} + q'_{u,s} = q'_{u,l}$ bem como $q'_d \equiv q'_{d,l} + q'_{d,s} = q'_{d,l}$.

Realizando o balanço de energia ao volume solidificado na camada i , através da diferença entre o calor que entra no volume solidificado q_{in} e o calor que sai q_{out} , no passo de tempo τ , vem que:

$$\begin{aligned} \frac{dE_s}{dt} &= q_{in} - q_{out} \Leftrightarrow \frac{-Q_{lat} - Q_{sens}}{\Delta t} = q_{in} - q_{out} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -(q_{lat} + q_{sens}) = q'_{u,l}[(e_{i,\tau-1} + \Delta e_{i,\tau}) - (e_{i-1,\tau-1} + \Delta e_{i-1,\tau})] + q'_i \Delta s + \\ &\quad + q'_{d,l}[(e_{i,\tau-1} + \Delta e_{i,\tau}) - (e_{i+1,\tau-1} + \Delta e_{i+1,\tau})] - q'_w \Delta s \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -(q''_{lat} + q''_{sens}) \Delta s \Delta e_{i,\tau} = q'_{l,s} (2\Delta e_{i,\tau} - \Delta e_{i-1,\tau} - \Delta e_{i+1,\tau} + 2e_{i,\tau-1} - e_{i-1,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + \Delta s) - q'_w \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow [(q''_{lat} / q'_{l,s})(1 + q''_{sens} / q''_{lat}) \Delta s + 2] \Delta e_{i,\tau} + \Delta e_{i-1,\tau} + \Delta e_{i+1,\tau} = 2e_{i,\tau-1} - e_{i-1,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - q'_w / q'_{l,s}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Recorrendo às relações adimensionais definidas anteriormente, obtém-se (Vaz e Frederico, 2020):

$$-[(1 + Ja / St + 2)\Delta e_{i,\tau} + \Delta e_{i-1,\tau} + \Delta e_{i+1,\tau} = 2e_{i,\tau-1} - e_{i-1,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_i)\Delta s \quad (3.8)$$

Onde,

$$e_{i,\tau-1} = \sum_{j=1}^{\tau-1} \Delta e_{i,j} \quad (3.9)$$

Adicionalmente,

$$\Delta e_{i,j} = e_{i,j} - e_{i,j-1} \quad (3.10)$$

3.2.5. Camada de fronteira na entrada do domínio

A Figura 3.2 ilustra o caso particularizado nesta seção, para um passo de tempo genérico τ .

Neste caso particular, a camada $i-1$ corresponde ao fundido que se aproxima do ponto $x=0$, onde se dá a transição de sistema adiabático (onde o fundido está à temperatura T_∞), para um sistema onde o material está agora à temperatura de $T_w = \text{cte.}$. Atendendo ao facto de o fundido estar num sistema adiabático na camada $i=0$, conclui-se que não haverá material solidificado na mesma, ou seja, $e_0 = 0$. Resulta então para a primeira camada (i.e., $i=1$) que:

$$-[(1 + Ja) / St + 2]\Delta e_{1,\tau} + \Delta e_{2,\tau} = 2e_{1,\tau-1} - e_{2,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_1)\Delta s \quad (3.11)$$

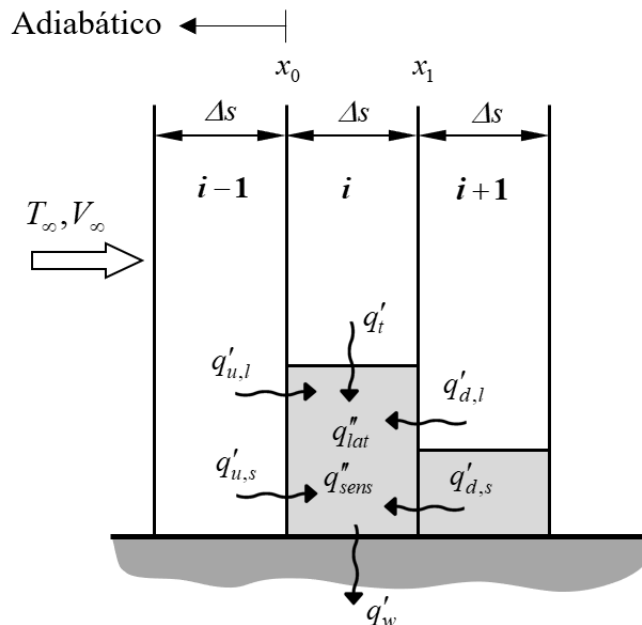


Figura 3.2 – Poços e fluxos de calor no volume solidificado na camada inicial do domínio, no passo de tempo τ .

No caso particular de $t_1 = t_0 + \Delta t$, ou seja $\tau = 1$, a Equação 3.11 simplifica, pois $\Delta e_{2,1} = 0$.

3.2.6. Camada de fronteira na frente de material

A Figura 3.3 ilustra este caso particular num passo de tempo genérico τ .

A camada de fronteira na frente de material corresponde a $i = n_\tau = t / \tau$. Neste caso, a camada $i+1$ será preenchida totalmente por ar e não por fundido, pelo que $q'_d = 0$. Isto pode ser implementado na solução geral obtida na secção anterior fazendo $e_{n_\tau+1,\tau} = e_{n_\tau,\tau} \Leftrightarrow e_{n_\tau+1,\tau-1} + \Delta e_{n_\tau+1,\tau} = e_{n_\tau,\tau-1} + \Delta e_{n_\tau,\tau}$, resultando:

$$-[(1 + Ja) / St + 1] \Delta e_{n_\tau,\tau} + \Delta e_{n_\tau-1,\tau} = e_{n_\tau,\tau-1} - e_{n_\tau-1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_{n_\tau}) \Delta s \quad (3.12)$$

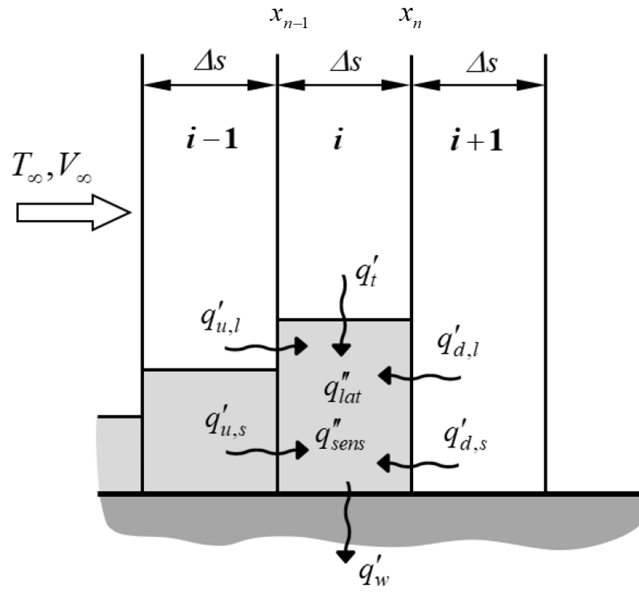


Figura 3.3 – Poços e fluxos de calor no volume solidificado na camada da frente de material, no passo de tempo τ .

3.2.7. Sistema de equações

O conjunto de equações obtidas anteriormente dão origem a um conjunto de n_τ equações a n_τ incógnitas. O sistema pode ser expresso na forma matricial $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$, onde \mathbf{A} é uma matriz tridiagonal com a diagonal principal preenchida com $-(1 + Ja) / St - 2$, exceto no seu último elemento, ao qual se adiciona 1 ao valor anterior, e as outras duas diagonais (superior e inferior) preenchidas totalmente com o valor 1. O vetor dos termos independentes \mathbf{B} , é preenchido por $2e_{i,\tau-1} - e_{i-1,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_i) \Delta s$, salvo o primeiro e último elementos que tomam o valor de $2e_{1,\tau-1} - e_{2,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_1) \Delta s$ e $e_{n_\tau,\tau-1} - e_{n_\tau-1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_{n_\tau}) \Delta s$, respetivamente.

É possível invocar a hipótese simplificativa 6, resultando que $q'_{u,l} = 0$, o que simplificará o sistema de equações consideravelmente. Por forma a concretizar esta condição na solução geral anterior, utiliza-se a relação $e_{i-1,\tau} = e_{i,\tau} \Leftrightarrow e_{i-1,\tau-1} + \Delta e_{i-1,\tau} = e_{i,\tau-1} + \Delta e_{i,\tau}$, obtendo-se como resultado:

$$-[(1 + Ja) / St + 1] \Delta e_{i,\tau} + \Delta e_{i+1,\tau} = e_{i,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_i) \Delta s \quad (3.13)$$

Deste resultado deriva que a matriz **A** simplifica, desaparecendo a sua diagonal inferior. O vetor **B** fica agora preenchido por $e_{i,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_i) \Delta s$, exceto o último elemento que toma o valor de $(1 - 1 / Bi_{n_\tau}) \Delta s$. A última linha do sistema matricial, respetiva à frente de material, vem simplesmente $-(1 + Ja) / St \Delta e_{n_\tau,\tau} = (1 - 1 / Bi_{n_\tau}) \Delta s$, permitindo explicitar diretamente:

$$\Delta e_{n_\tau,\tau} = \frac{(1 - 1 / Bi_{n_\tau}) St}{-(1 + Ja)} \Delta s \quad (3.14)$$

Resumidamente, o sistema **AX=B** será composto por:

$$A = \begin{bmatrix} -(1 + Ja) / St - 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & 0 & -(1 + Ja) / St - 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(1 + Ja) / St \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$B = \begin{bmatrix} e_{1,\tau-1} - e_{2,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_1) \Delta s \\ \dots \\ e_{i,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1 / Bi_i) \Delta s \\ \dots \\ (1 - 1 / Bi_{n_\tau}) \Delta s \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$X = \begin{bmatrix} \Delta e_{1,\tau} \\ \dots \\ \Delta e_{i,\tau} \\ \dots \\ \Delta e_{n_\tau,\tau} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

O número de Biot, Bi_i , é um parâmetro adimensional local, e é diretamente proporcional à espessura $e_{i,\tau}$. Para tornar o sistema linear, considerar-se-á que Bi_i , calculado no passo de tempo τ , será calculado a partir da espessura do passo de tempo anterior, $e_{i,\tau-1}$. No entanto, como na camada de frente de material $e_{i,\tau-1} = 0$, esta simplificação implicará uma indeterminação do tipo $1/0$, deverá ser utilizada a espessura do material solidificado, no passo de tempo τ , i.e., $e_{i,\tau}$.

A equação que rege o comportamento da frente de material pode também ser simplificada, utilizando algumas particularidades. Como se trata da frente de material, ainda não existe material polimérico, seja solidificado ou não, na camada $i+1$, nem na própria camada da frente de material i , pelo que:

$$\Delta e_{i+1,\tau} = e_{i,\tau-1} = \Delta e_{i+1,\tau-1} = 0 \quad (3.18)$$

A solução geral, que corresponde à Equação 3.13, simplifica para:

$$-[(1 + Ja) / St + 1] \Delta e_{i,\tau} = (1 - 1 / Bi_i) \Delta s \quad (3.19)$$

O número de Biot tomará o valor de:

$$Bi = \frac{\hbar}{k_s} e_{e,\tau} \quad (3.20)$$

Como se trata da frente de material, e recorrendo à definição de $\Delta e_{i,\tau}$ (Equação 3.10):

$$\Delta e_{i,\tau} = e_{i,\tau} - e_{i,\tau-1} = e_{i,\tau} \quad (3.21)$$

Substituindo na definição do número do Biot:

$$Bi = \frac{\hbar}{k_s} \Delta e_{e,\tau} \quad (3.22)$$

Pelo que a solução geral simplificada (Equação 3.19) resulta em:

$$-[(1 + Ja) / St + 1] \Delta e_{i,\tau} = (1 - \frac{k_s}{\hbar} \frac{1}{\Delta e_{i,\tau}}) \Delta s \quad (3.23)$$

Temos então que, para um certo passo de tempo, obtém-se um sistema de equações onde o incremento de espessura da frente de material é regido por uma equação quadrática, e as restantes equações, de camadas anteriores, serão regidas pela equação geral do modelo.

A solução da Equação 3.23 é dada por:

$$\Delta e_{frente} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{k_s d}{\hbar \Delta s}}}{2 \frac{d}{\Delta s}} \quad (3.24)$$

Onde,

$$d = -[(1 + Ja) / St + 1] \quad (3.25)$$

Resultam então duas soluções possíveis. Como o modelo assume apenas variações positivas de espessura, deve ser escolhida a solução que garanta que $\Delta e_{frente} > 0$. Ao abrigo da hipótese simplificativa 2 e considerando que a parede fria está a uma temperatura menor que o polímero fundido (i.e., $(Ja > 0 \cap St > 0)$), conclui-se através da análise do denominador da solução,

Equação 3.24, que este tomará sempre um valor negativo. O termo dentro da raiz quadrada será sempre positivo e superior à unidade. Para que a variação de espessura seja positiva, a única solução possível nas condições enunciadas será então:

$$\Delta e_{frente} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{k_s d}{h \Delta s}}}{2 \frac{d}{\Delta s}} \quad (3.26)$$

A título de exemplo, apresenta-se a forma do sistema $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$, através da sua representação matricial, para o segundo passo de tempo, i.e., $\tau = 2$:

$$A_{\tau=2} = \begin{bmatrix} -(1+Ja)/St-1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1+Ja)/St-1 & 1 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -(1+Ja)/St-1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -(1+Ja)/St \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$B_{\tau=2} = \begin{bmatrix} e_{1,\tau-1} - e_{2,\tau-1} + (1-1/Bi_1)\Delta s \\ \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{k_s d}{h \Delta s}}}{2 \frac{d}{\Delta s}} \\ \dots \\ e_{i,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1-1/Bi_i)\Delta s \\ \dots \\ (1-1/Bi_{n_t})\Delta s \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$X = \begin{bmatrix} \Delta e_{1,\tau} \\ \Delta e_{2,\tau} \\ \dots \\ \Delta e_{i,\tau} \\ \dots \\ \Delta e_{n_t,\tau} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Repare-se que a posição da frente de material é identificável através da posição do valor 1, na diagonal principal da matriz \mathbf{A} .

3.2.8. Implementação do modelo

Como referido anteriormente, o modelo matemático formulado pode ser resolvido através de programação em código *Octave*. É boa prática, antes de se começar a programar, começar por realizar um fluxograma. O fluxograma construído encontra-se no Anexo I.

Posterior à realização do fluxograma, é elaborado o programa em ambiente *Octave*. Tendo em vista um programa célere, que transmita os resultados numa questão de segundos, será adotado um estilo de programação *lean*, com base num conceito designado por vectorização. A vectorização consiste em substituir algoritmos onde os cálculos de vetores e matrizes são feitos elemento-a-elemento (recorrendo a ciclos iterativos), por um único cálculo, que computa os elementos todos da matriz ou vetor, de uma só vez. Desta forma, é possível atingir tempos de simulação menores, sendo este um objetivo importante na implementação do modelo.

3.2.9. Critério de validade do modelo

Como o modelo está definido, resulta que surgirá uma variação de espessura $\Delta e_{i,r} < 0$ sempre que $Bi > 1$. Este fenómeno está fora da gama de validade do modelo, pois este prevê apenas variações positivas de espessura. As condições iniciais do modelo ditam apenas que existe uma fonte de material, que injeta material na camada $i=1$, não existindo qualquer *outlet* por onde o material pudesse escoar, dando origem às tais variações de espessura negativas. Esta limitação numérica nasce do facto de se ter considerado apenas condução de calor numa direção (direção y), ou seja, considerou-se a hipótese simplificativa 9. Então, até $Bi = 1$, o presente modelo é válido, sendo a unidimensionalidade da transferência de calor por condução, uma boa aproximação. Levantando-se a hipótese simplificativa 9, esta limitação sumiria e seria possível atingir fases mais tardias da injeção. Conclui-se então que a simulação deve continuar se, e só se, $Bi \leq 1$, ou seja:

$$e_i \leq \frac{k_s}{h} \quad (3.30)$$

Este será então o critério de validade do modelo. A situação limite surgirá na camada de entrada do domínio, $i=1$, sendo que esta tenderá a ser a maior. Conclui-se, desde já, que para valores elevados de k_s / h será possível obter espessuras maiores. Na Tabela 3.3 apresenta-se alguns valores típicos da relação k_s / h , utilizando coeficientes de transferência de calor por convecção recomendados por fornecedores de softwares de simulação de moldagem por injeção, para a fase de injeção do polímero, para alguns materiais típicos deste processo.

Tabela 3.3 - Valores típicos da relação k_s / h [m] (GoodFellow; Stricker and Steinbichler, 2014).

Material	Cadmould 3D-F $\dot{h} = 2000 \text{ W / m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$	Moldflow $\dot{h} = 5000$ $\text{W / m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$
PS $k_s = 0,13 \text{ W / m }^\circ\text{C}$	$6,50 \times 10^{-5}$	$2,60 \times 10^{-5}$
PP $k_s = 0,22 \text{ W / m }^\circ\text{C}$	$1,10 \times 10^{-4}$	$4,40 \times 10^{-5}$
PA $k_s = 0,28 \text{ W / m }^\circ\text{C}$	$1,40 \times 10^{-4}$	$5,60 \times 10^{-5}$
HDPE $k_s = 0,45 \text{ W / m }^\circ\text{C}$	$2,25 \times 10^{-4}$	$9,00 \times 10^{-5}$

Da análise da Tabela 3.3, retira-se que, para o mesmo material, pode obter-se espessuras na primeira camada, i.e., $i=1$, com uma ordem de grandeza superior, escolhendo um coeficiente de transferência de calor por convecção típico menor.

3.2.10. Considerações relativas ao passo de tempo

Outro fator importante na implementação do modelo é o passo de tempo. Deve ser escolhido um passo de tempo que tenha a capacidade de captar bem a variação da espessura, num dado passo espacial. Se for escolhido um passo de tempo demasiado grande, a solução pode oscilar e não chegar a estabilizar. Será então pertinente averiguar o efeito do passo de tempo na solução numérica, bem como determinar os seus valores viáveis.

Neste modelo, o passo de tempo relaciona-se com o passo espacial Δs (constante) através da velocidade não perturbada do fundido.

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{V_\infty} \quad (3.31)$$

3.2.11. Velocidade decrescente do escoamento

Até agora considerou-se que o valor da velocidade de escoamento V_∞ é constante ao longo da simulação e, por sua vez, que o passo espacial Δs toma um valor constante. Isto está alinhado com a hipótese simplificativa 1, que se apresentou no subcapítulo 3.2.2., onde se define o passo espacial como sendo constante. Relembre-se que o modelo em questão é quasi-bidimensional, no qual se pretende captar efeitos de um problema bidimensional.

Ao considerar que o passo espacial decresce ao longo do tempo, acomoda-se o efeito de decréscimo de velocidade do escoamento ao longo da janela de tempo de simulação e aproximamo-nos de um problema a duas dimensões, pois emula-se uma fonte bidimensional. Ou seja, é possível considerar que o passo espacial Δs_τ , que corresponde ao passo de tempo τ , é calculado

através da posição da frente de material $x_{\tau-1}$, no passo de tempo anterior, através de (Vaz, 2020a):

$$\Delta s_{\tau} = ((\Delta s_{\tau-1})^2 + x_{\tau-1}^2)^{1/2} - x_{\tau-1} \quad (3.32)$$

Onde $\Delta s_{\tau-1}$ corresponde ao passo espacial da primeira camada de material, que se forma no primeiro passo de tempo.

É necessário acomodar este novo passo espacial às equações do modelo, já que o seu valor dependerá do passo de tempo em questão (i.e., da posição da frente de material). A solução geral do modelo toma agora a forma de:

$$-[(1 + Ja) / St + 2]\Delta e_{i,\tau} + \Delta e_{i-1,\tau} + \Delta e_{i+1,\tau} = 2e_{i,\tau-1} - e_{i-1,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1/Bi_i)\Delta s_{\tau} \quad (3.33)$$

Particularizando através da hipótese simplificativa 6, ou seja, $e_i < e_{i-1}$:

$$-[(1 + Ja) / St + 1]\Delta e_{i,\tau} + \Delta e_{i+1,\tau} = e_{i,\tau-1} - e_{i+1,\tau-1} + (1 - 1/Bi_i)\Delta s_{\tau} \quad (3.34)$$

A solução do modelo para a frente de material é agora:

$$\Delta e_{frente} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{k_s d}{h \Delta s_{\tau}}}}{2 \frac{d}{\Delta s_{\tau}}} \quad (3.35)$$

Onde d é dado pela Equação 3.25.

Esta mudança pode ser implementada no código *Octave* de uma forma muito simples, atribuindo a nova expressão ao passo espacial e registando a posição da frente de material no fim de cada passo de tempo. Desta forma, o passo espacial poderá ser calculado com base na posição da frente de material, guardada no passo de tempo anterior.

Serão então realizadas simulações onde se utiliza uma velocidade decrescente de escoamento para que se possam tirar ilações sobre esta nova solução, sendo pertinente comparar os resultados obtidos com os resultados correspondentes ao passo espacial constante.

4

Resultados

4.1. Introdução

Os seguintes resultados resultam de simulações onde, de acordo com o que foi definido no subcapítulo 3.1 desta dissertação, $k_s / h = 1,10 \times 10^{-4}$ m, pelo que este será o valor limite da espessura da primeira camada solidificada ($e_{l,r}$). Ou seja, chegando a este valor, a simulação numérica terminará. Para mais, será utilizado um passo espacial constante e igual a $\Delta s = 0,001$ m, salvo indicação contrária.

4.2. Efeito do passo de tempo

O passo de tempo será um fator de elevada importância na simulação, pelo que a escolha adequada do seu valor permitirá que a solução numérica possa estabilizar. Neste subcapítulo apresenta-se três gráficos que ilustram a resposta do modelo à variação do passo de tempo.

Na Figura 4.1 está representado o gráfico do tempo de simulação obtido, através de diferentes valores do passo de tempo. É imediatamente visível que o tempo de computação aumenta exponencialmente para valores de passo de tempo menores que 0,005 segundos. Por outro lado, para passos de tempo maiores, o tempo de simulação decresce substancialmente. No entanto, a qualidade da simulação decresce para estes valores, no sentido em que os saltos de espessura em cada passo de tempo se tornam demasiado elevados, diminuindo a eficácia da captação da evolução da camada solidificada.

Através da comparação de resultados da simulação utilizando diversos passos de tempo, que se apresenta na Tabela 4.1, é possível selecionar um que seja rigoroso e que não implique um cálculo computacional intensivo. Verifica-se que, para um passo de tempo de 0,02 segundos, o primeiro salto de espessura na primeira camada atinge de imediato 34,8% do seu valor final, i.e., k_s / h . Este salto não permite captar com rigor a evolução das camadas perto da frente de material,

pois atingem rapidamente o seu valor limite, k_s / \hbar . Por outro lado, e de acordo com a Figura 4.1, se utilizarmos um passo de tempo reduzido, neste caso 0,0025 segundos, apesar de se obter um primeiro salto de espessura baixo, apenas de 14,1%, este cálculo exigiria um elevado tempo de simulação, 2130 segundos, o que equivale a cerca de 35 minutos. No entanto, se for selecionado um passo de tempo igual a 0,005 segundos, é possível ter um primeiro salto de espessura ainda reduzido, apenas 5% superior ao caso anterior, originando uma solução refinada, bem como um tempo de simulação de 233 segundos, que se considera aceitável. Será então utilizado o passo de tempo igual a 0,005 segundos para simulações futuras.

Tabela 4.1- Comparação entre resultados de simulações utilizando diversos passos de tempo.

Passo de tempo [s]	$\Delta e_{1,1} / (k / \hbar)$	Tempo de simulação [s]
0,02	0,348	33
0,005	0,194	233
0,0025	0,141	2130

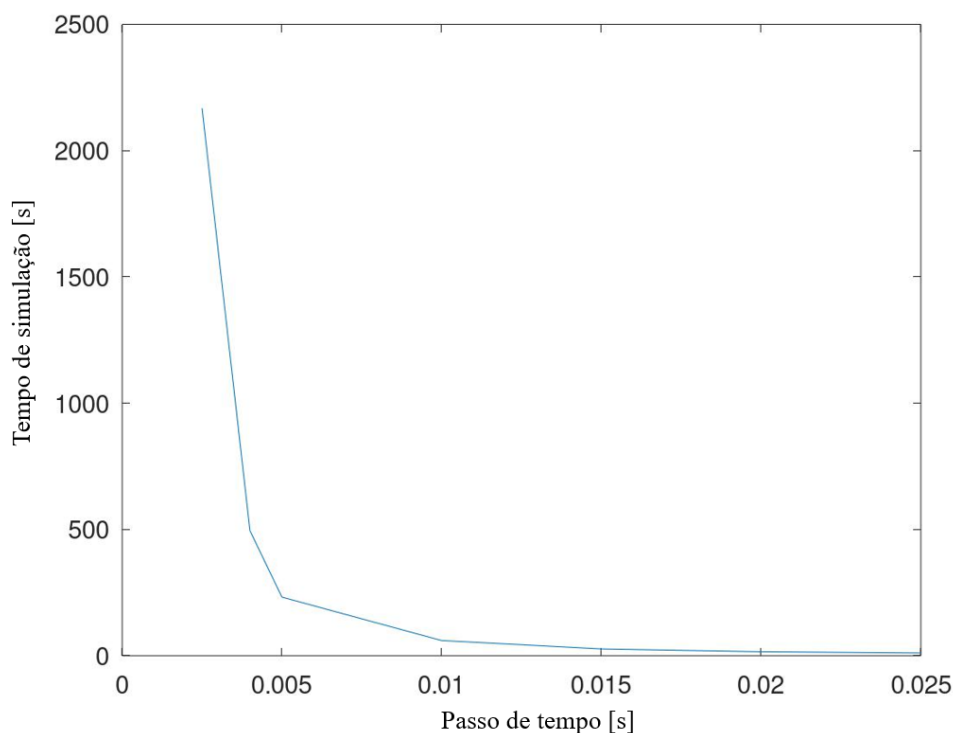


Figura 4.1 - Variação do tempo de simulação em função do passo de tempo.

Na Figura 4.2 está representada a variação da janela de tempo de simulação, i.e., o tempo que levou à camada solidificada para se desenvolver até que, na primeira camada, se verificasse

a condição limite, $Bi=1$, em função do passo de tempo. Verifica-se através do declive suave da curva que variações de uma ordem de grandeza no passo de tempo não provocam alterações substanciais na janela de tempo de simulação. Conclui-se então que a janela de tempo manter-se-á aproximadamente igual, independentemente do passo de tempo escolhido.

Por fim, a Figura 4.3 mostra como o primeiro salto da espessura da camada da entrada do domínio, $\Delta e_{1,1}$, adimensionalizado através do parâmetro limitador k_s / h , responde à variação do passo temporal.

É imediatamente visível que o declive da função é maior para valores do passo temporal menores que 0,005 segundos, o qual vai suavizando à medida que o passo de tempo aumenta.

Como se esperava, para valores menores de passo temporal, o primeiro salto na camada $i=1$ será menor, o que significa que a janela de tempo de simulação será superior e a solução mais refinada. Por outro lado, para valores superiores do passo de tempo, este salto será maior, pelo que teremos uma solução que evolui rapidamente, ao custo de se ter menos precisão nas variações de espessura, em cada iteração.

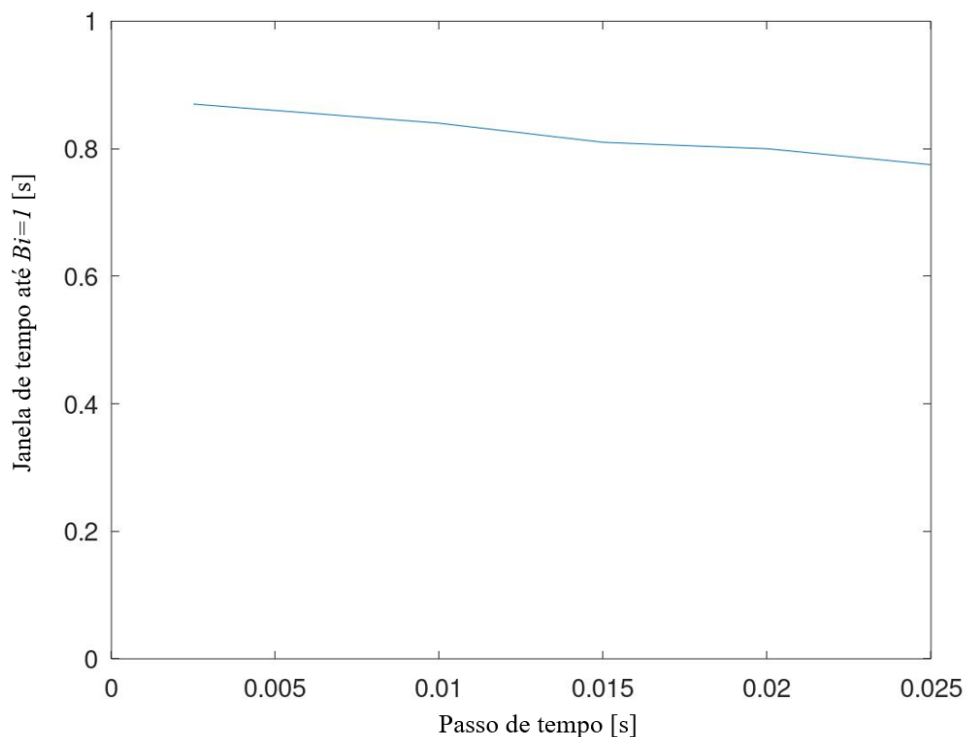


Figura 4.2 - Tempo de injeção do material, até $Bi=1$.

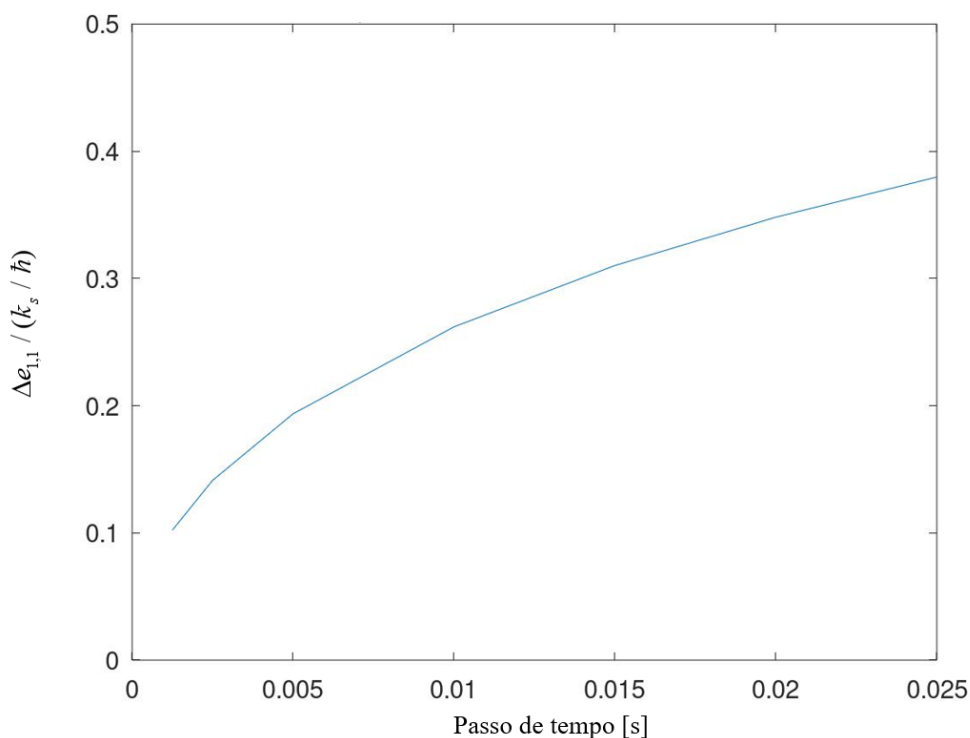


Figura 4.3 - Gráfico do primeiro salto de espessura na camada de entrada do domínio em função do passo de tempo.

4.3. Desenvolvimento da camada solidificada e Biot local

A solução da implementação do modelo desenvolvido e descrito no subcapítulo 3.2. apresenta-se na Figura 4.4. Esta figura representa o desenvolvimento da camada solidificada de material que se formou ao longo da parede plana fria, na fase de injeção do material. Adicionalmente, está presente a evolução do Biot local, também ao longo da parede. Como a solução é obtida iterativamente, são representados os instantes intermédios da simulação através de linhas finas, para que se possa entender como evolui a camada. O instante final, i.e., aquele em que a espessura da primeira camada atinge o valor limite k_s / h , corresponde à linha vermelha e de maior espessura. Relembra-se que é em $x = 0$ m que o material inicia a sua solidificação, sendo que o seu escoamento se dá no sentido de valores crescentes de x .

Observa-se na Figura 4.4 que a camada solidificada até aproximadamente $x = 0,1$ m, tem uma espessura praticamente constante, tendendo esta para o valor de $k_s / h = 1,10 \times 10^{-4}$ m. A partir deste valor, repare-se na curvatura da camada de material solidificado, curvatura esta também verificada na frente de material em todos os instantes intermédios. É visível que os maiores saltos de espessura acontecem perto da frente de material, sendo que, à medida que a espessura se aproxima do valor limite k_s / h , as variações de espessura são cada vez mais pequenas.

Relativamente ao Biot local, verifica-se que este se mantém inferior ou igual a 1 durante a simulação, o que indica que a convecção terá um efeito predominante no processo que se descreve. Como este número adimensional é diretamente proporcional à espessura da camada solidificada, e se considerou \bar{h} e k constantes, o número de Biot pode então ser visto como uma forma adimensionalizada da espessura da camada, para $k_s / \bar{h} = cte.$. Por fim, enquanto que a espessura da camada solidificada tende para o valor limite k_s / \bar{h} , o Biot local tenderá para 1, o que se confirma no gráfico que corresponde ao desenvolvimento do Biot local ao longo da plana fria, na Figura 4.4.

Na Tabela 4.2 sumarizam-se as características da simulação efetuada. O tempo de simulação corresponde ao tempo que o computador levou a terminar o cálculo. A janela de tempo da simulação corresponde ao tempo físico simulado.

Tabela 4.2 – Características da simulação.

Tempo de simulação [s]	Passo de tempo [s]	Janela de tempo da simulação [s]	$\Delta e_{1,1}$ [m]
233	0,005	0,86	$2,13 \times 10^{-5}$

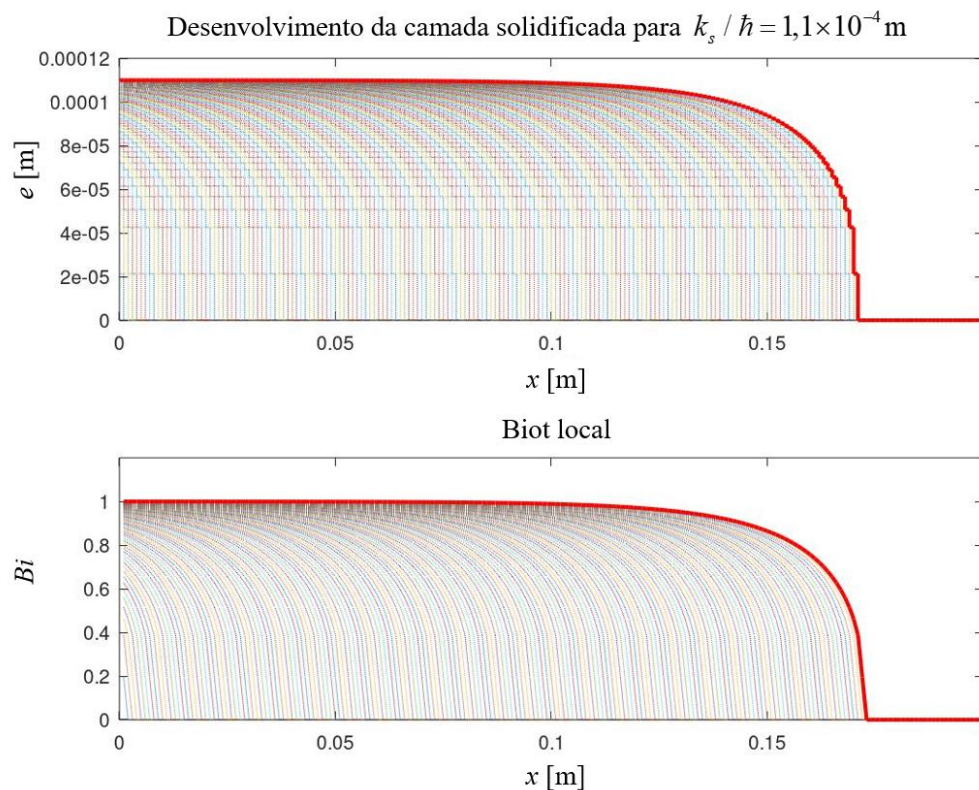


Figura 4.4 - Desenvolvimento da camada solidificada e do Biot local ao longo da parede plana fria.

Da Tabela 4.2, verifica-se que tempo do fenómeno físico, i.e., a janela de tempo de simulação foi de 0,86 segundos. Adicionalmente, a espessura da casca solidificada obtida foi cerca de 0,11 mm, o que pode ser interpretado como um valor reduzido. Se o calor extraído pelo plano arrefecido aumentar, a espessura da camada de material solidificada aumentaria também. Isto aproximaria o modelo do fenómeno real.

A celeridade elevada da simulação é uma característica que se pretende, sendo que o objetivo desta dissertação é contribuir para um método célere que permita avaliar a evolução da camada solidificada de material. Considera-se que foi efetivamente obtido um valor reduzido de tempo de cálculo.

4.4. Variação da temperatura do fundido, parede fria e solidificação

Estuda-se agora como o sistema reage ao variar a temperatura do fundido, T_{∞} , a temperatura da parede fria, T_w , e por fim, a temperatura de solidificação do polímero, T_{sol} . Espera-se que o sistema evolua de forma diferente dependendo destas temperaturas, já que estas têm um papel importante na solidificação do material. No eixo das abcissas residirá a relação adimensional $(T_{\infty} - T_{sol}) / (T_{\infty} - T_w)$. No eixo das ordenadas estará o quociente adimensional $\Delta e_{1,1} / (k_s / \hbar)$, que representa a primeira variação na espessura da camada de entrada do domínio, ou seja, na camada $i=1$, adimensionalizada através do termo k_s / \hbar .

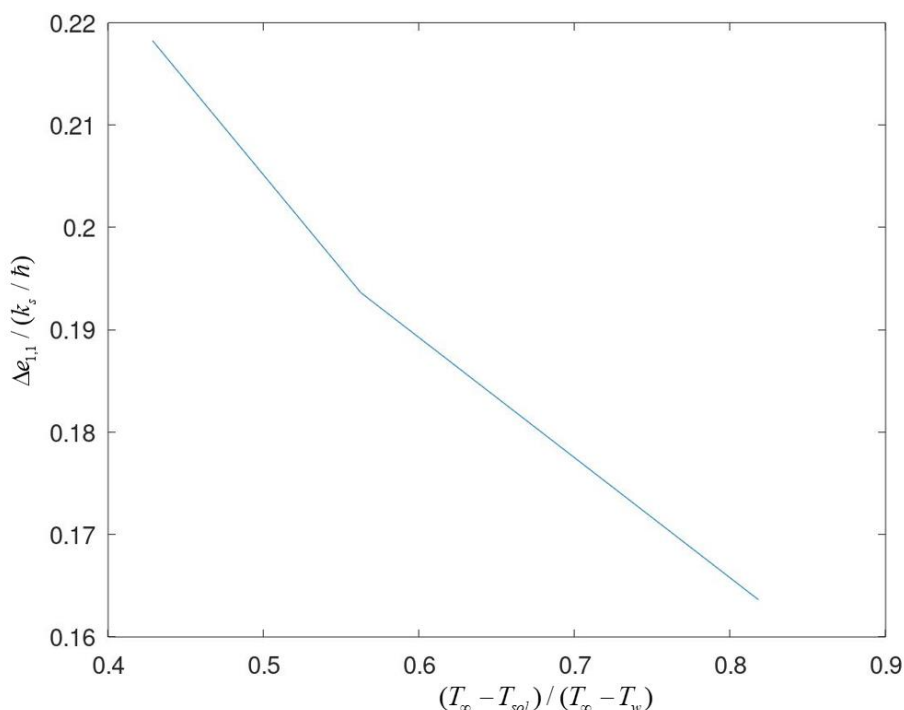


Figura 4.5 - Efeito da temperatura da parede plana fria, do material fundido e de solidificação, no primeiro salto da camada de entrada do domínio.

Na Figura 4.5 encontra-se o gráfico relativo à variação da temperatura da parede fria, do fundido e de solidificação do material. Note-se que, para haver solidificação do material, a condição $T_w < T_{sol} < T_\infty$ deve ser verificada, pelo que apenas serão obtidos resultados dentro desta gama de valores. Para valores menores do eixo das abcissas, correspondem valores menores da temperatura da parede e variações de espessura maiores. Este fenómeno seria expectável, pois como a parede se encontrará a uma temperatura menor, o material tenderá a solidificar mais rápido devido ao aumento do fluxo de calor por convecção. Já os valores mais à direita do gráfico, correspondem a um salto de espessura menor, pois a temperatura da parede fria aproxima-se da temperatura do fundido, consequentemente diminuindo o fluxo de calor através da interface parede-material fundido. É também possível visualizar o efeito da variação da temperatura do material fundido no salto de espessura, no primeiro passo de tempo. À medida que a temperatura do fundido diminui, verifica-se que este primeiro salto aumenta. Isto ocorre, pois, diminuindo a temperatura do fundido, este aproxima-se da temperatura da parede fria, sendo necessária uma diminuição menor do calor sensível do material fundido até atingir o seu ponto de solidificação. Por conseguinte, solidifica mais material num passo de tempo, resultando numa crescente variação de espessura na primeira camada e no primeiro passo de tempo. A temperatura de solidificação do polímero, T_{sol} , considerada para as simulações anteriores, tomou sempre o valor de $T_{sol} = 130^\circ\text{C}$. Para conhecer o seu efeito no modelo, variou-se o seu valor, dentro de uma gama típica de valores (Maier and Calafut, 1998), garantindo que $T_w < T_{sol} < T_\infty$. Através da análise da Figura 4.5, conclui-se que aumentar a temperatura de solidificação do material, implica um maior salto de espessura na primeira camada e no primeiro passo de tempo. Isto vai ao encontro do que era esperado já que, ao aumentar a temperatura de solidificação, esta aproxima-se da temperatura do material fundido, diminuindo assim o calor sensível, como se pode verificar na Equação 3.3. Assim, será necessário trocar menos calor para que o material mude de fase. Desta forma, num passo de tempo, haverá uma maior quantidade de material a solidificar. Por outro lado, se a temperatura de solidificação for menor, a diferença $T_w - T_{sol}$ será maior, aumentando o calor sensível, afastando o material do seu ponto de solidificação. Desta forma, o material solidificará de forma mais lenta, resultando em saltos de espessura menores.

4.5. Efeito do parâmetro limitador k_s / h

Nesta seção será obtida a camada solidificada para diversos valores do parâmetro k_s / h , onde k_s representa a condutividade térmica do material solidificado e h o coeficiente de convecção, para que se possa concluir sobre a sua influência na solução. Para tal, serão utilizados alguns valores típicos, de acordo com a Tabela 4.3. Todas as outras propriedades físicas manter-se-ão iguais às do polipropileno (PP).

Os gráficos que de seguida se apresentam representam o desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede, para o valor de k_s / h respetivo. Cada instante intermédio é

representado através de uma linha fina, enquanto que o instante final, i.e., o instante em que $e_{l,\tau} = k_s / \bar{h}$, é identificado por via de uma linha vermelha mais grossa.

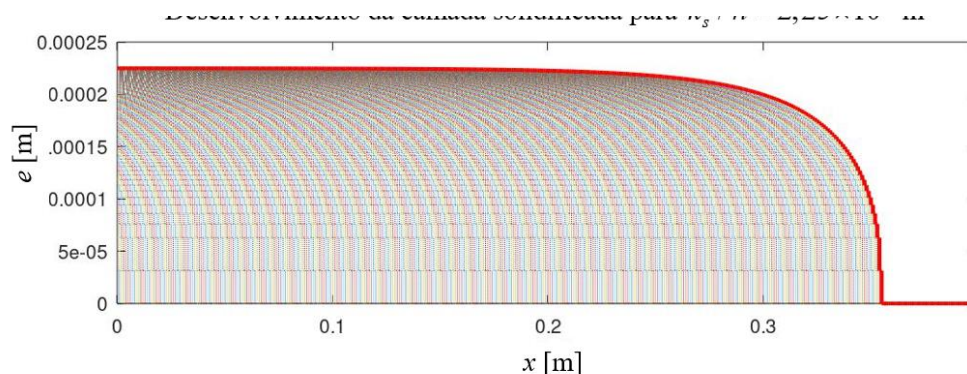


Figura 4.6 - Desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede fria para HDPE e \bar{h} recomendado pelo *Cadmould 3D-F*.

A Figura 4.6 representa o desenvolvimento da camada solidificada ao longo da placa arrefecida, para o caso de injeção de HDPE com condutividade térmica $k_s = 0,45 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ e utilizando um coeficiente de transferência de calor por convecção recomendado pelo *Cadmould 3D-F*, o que equaciona um valor de $k_s / \bar{h} = 2,25 \times 10^{-4} \text{ m}$. É de imediato perceptível que é grande o número de passos de tempo que a simulação levou até chegar à condição limite, o que se conclui através da elevada densidade de linhas que representam os instantes intermédios da solução. Por conseguinte, o material injetado percorre uma distância considerável, 0,356 m, ao longo da parede plana fria.

A Figura 4.7 diz respeito ao caso inicial, i.e., onde se considerou a injeção de PP considerando um coeficiente de transferência de calor por convecção recomendado pelo software *Cadmould 3D-F*. Daqui resulta que o parâmetro limitador toma o valor de $k_s / \bar{h} = 1,10 \times 10^{-4} \text{ m}$.

O número de passos de tempo até que a simulação atingisse a condição limite é agora menor. Note-se que a distância percorrida pelo fundido é também menor, resultado do menor número de passos de tempo necessários para atingir a condição limite.

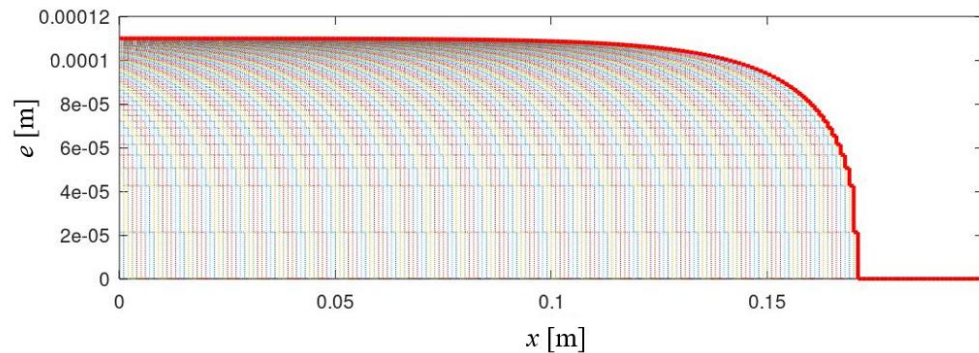


Figura 4.7 - Desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede fria para PP e \bar{h} recomendado pelo *Cadmould 3D-F*.

Por fim, na Figura 4.8 encontra-se o desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede plana fria, no caso da injeção de PP com um coeficiente de transferência de calor por convecção recomendado pelo *Moldflow*. Nestas circunstâncias resulta que o parâmetro limitador toma o valor de $k_s / \bar{h} = 4,40 \times 10^{-5}$ m.

O número de passos de tempo até a solução parar é agora substancialmente menor (aproximadamente sete vezes menor), pelo que se recomendaria a utilização de um passo de tempo menor se fosse pertinente estudar este caso em detalhe. A distância percorrida pelo escoamento ao longo da parede é também menor.

Comparando o parâmetro limitador com o caso anterior:

$$2,5 \times \left(\frac{k_s}{\bar{h}} \right)_{PP, Moldflow} = \left(\frac{k_s}{\bar{h}} \right)_{PP, Cadmould 3DF} \quad (4.1)$$

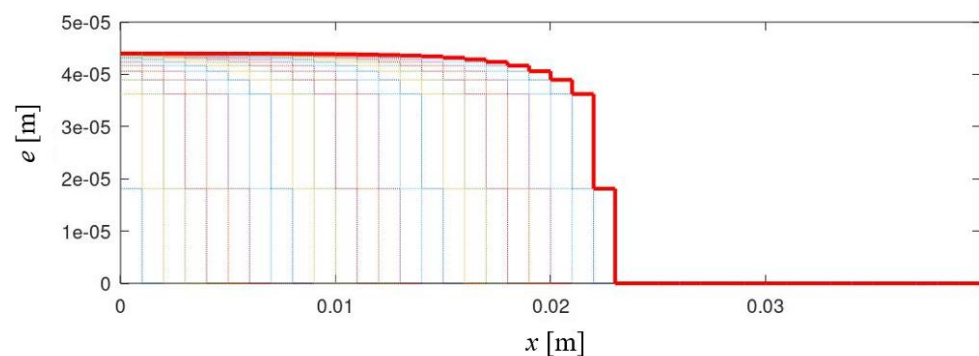


Figura 4.8 - Desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede fria para PP e \bar{h} recomendado pelo *Moldflow*.

Apesar do número de passos de tempo de a simulação ter diminuído consideravelmente, o parâmetro limitador apenas diminui na proporção representada na Equação 4.1. Este resultado indica que não existe uma relação de proporcionalidade entre o número de passos de tempo da simulação e o parâmetro limitador k_s / \hbar .

4.6. Desenvolvimento da camada solidificada utilizando uma velocidade decrescente de escoamento

Apresentam-se agora os resultados obtidos com uma velocidade decrescente de escoamento, definindo o passo espacial através da Equação 3.32, onde o passo espacial da primeira camada (que se forma no primeiro passo de tempo), toma o valor de $\Delta s_{\tau=1} = 0,001$ m.

A simulação foi realizada utilizando os mesmos valores de variáveis do processo e propriedades mecânicas do material utilizadas na simulação apresentada no subcapítulo 4.3., pelo que será feita uma comparação entre os resultados destas duas simulações, para que se possa isolar o efeito do passo de tempo variável.

Como o passo espacial decai rapidamente, e para efeitos de clareza gráfica, serão representados alguns instantes da simulação para que se facilite a leitura e compreensão dos resultados.

Na Figura 4.9 pode ser observada a evolução da solução, representando o seu estado em vários passos de tempo. O primeiro passo de tempo da simulação corresponde ao gráfico do topo da Figura 4.9, onde a primeira camada terá um comprimento horizontal no valor de $\Delta s_{\tau=1} = 0,001$ m, e onde a variação de espessura será dada pela Equação 3.35. No segundo gráfico, que corresponde ao 10º passo de tempo da simulação, é possível verificar que o passo espacial está a decair à medida que novas camadas sucessivas se formam. É também visível que a espessura da primeira camada é substancialmente superior às demais camadas. No terceiro gráfico está representado um instante intermédio da simulação, neste caso no 150º passo de tempo. Nota-se de imediato que os passos espaciais mais recentes se tornam quase que impercetíveis, devido à sua reduzida dimensão. A camada solidificada toma uma forma linear nos seus passos intermédios, e uma forma mais arredondada perto da frente de material. A primeira camada de material destaca-se, por ter o maior passo espacial. O último gráfico da Figura 4.9, representa a forma final da camada solidificada de material ao longo da parede plana fria. Corresponde ao 416º passo de tempo da simulação, onde se verifica o fim da validade do modelo, i.e., a espessura da primeira camada sucessiva de material atinge o valor $k_s / \hbar = 1,1 \times 10^{-4}$ m. Verifica-se mais uma vez que os últimos passos espaciais são quase impercetíveis, correspondendo a valores muito reduzidos.

Será pertinente comparar os resultados obtidos através da nova definição do passo espacial, com os originados através de um passo espacial constante, correspondendo a velocidade de escoamento decrescente e constante, respetivamente, pelo que se apresenta a Figura 4.10.

Capítulo 4 - Resultados

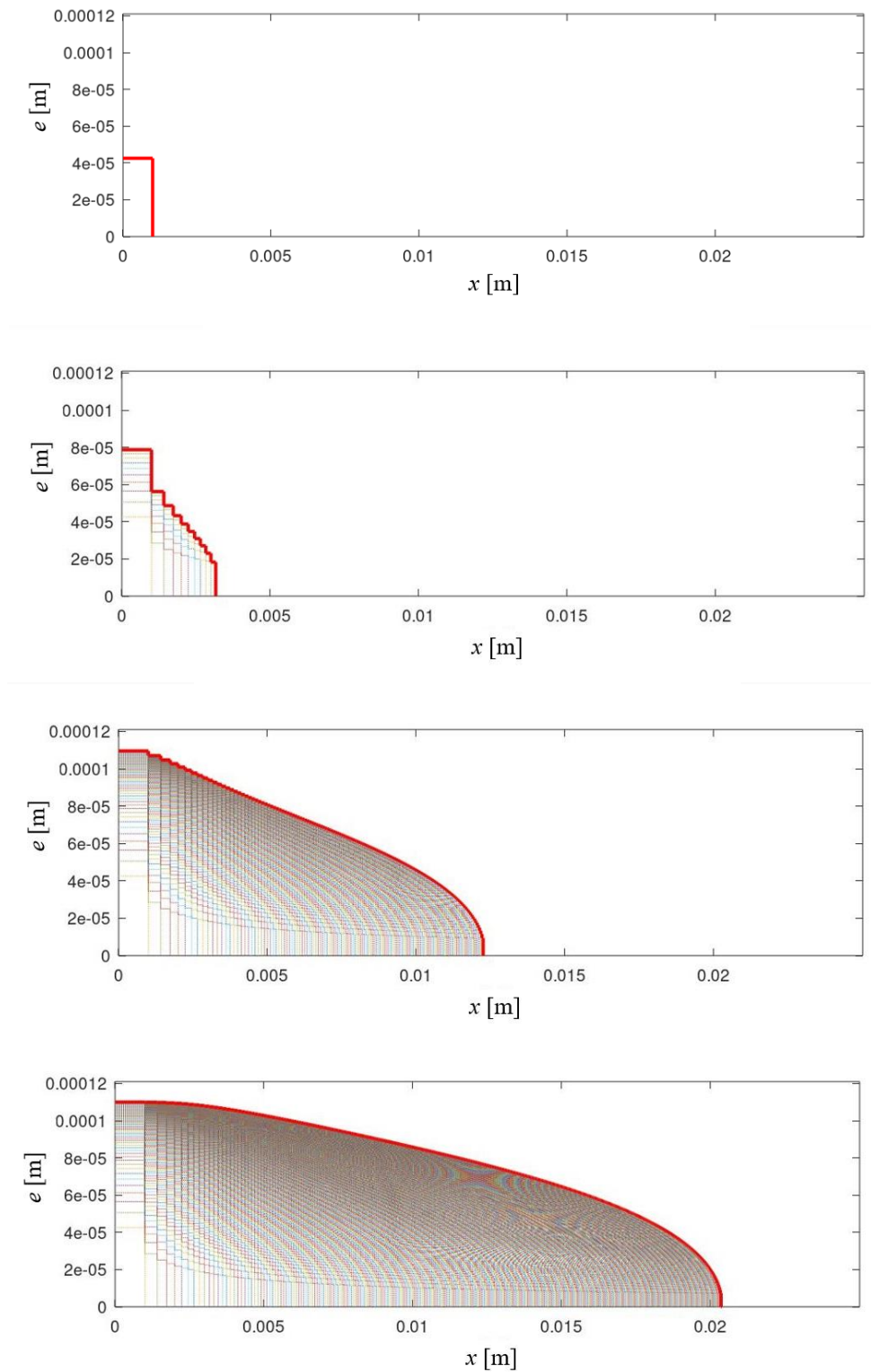


Figura 4.9 - Desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede plana fria, utilizando velocidade decrescente de escoamento e um valor de passo de tempo τ , do topo para baixo, de: 1, 10, 150 e 416.

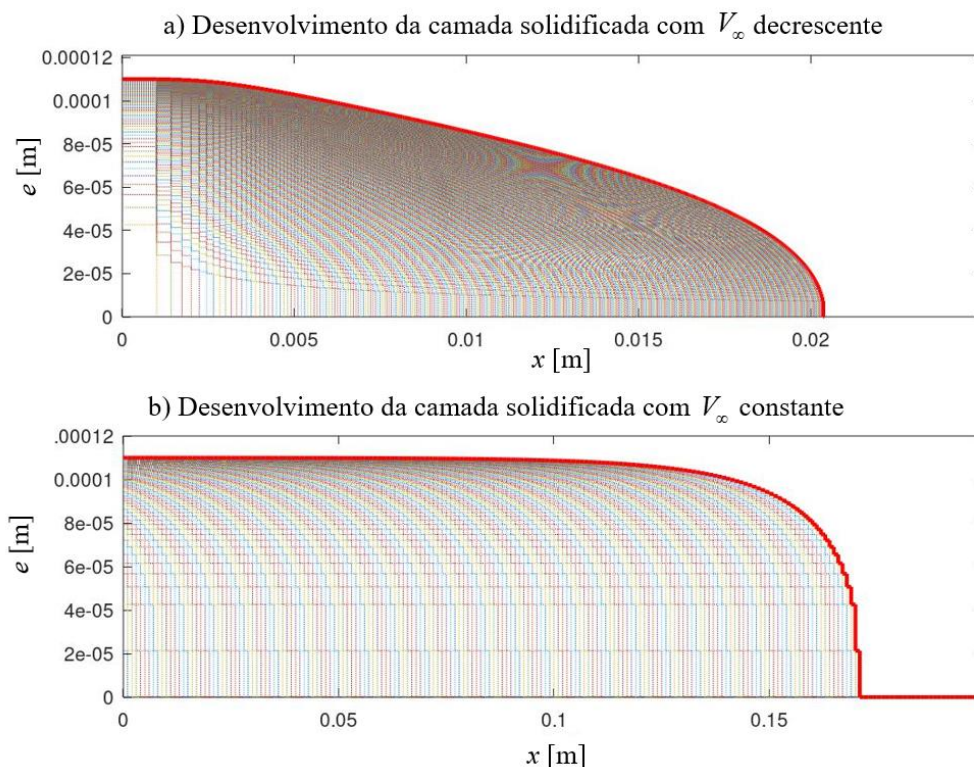


Figura 4.10 - Desenvolvimento da camada solidificada ao longo da parede plana fria com:

- a) Velocidade decrescente de escoamento,**
- b) Velocidade constante de escoamento.**

Como se pode ver, a Figura 4.10 a) diz respeito à simulação utilizando uma velocidade de escoamento decrescente, i.e., um passo espacial que decai ao longo da janela de simulação e a Figura 4.10 b) corresponde à simulação onde se considerou um passo espacial constante ao longo do tempo. A camada solidificada apresenta uma forma distinta nos dois casos, principalmente no seu comprimento. A camada obtida através da velocidade decrescente de escoamento desenvolveu-se até cerca de 0,02 metros, enquanto que a camada obtida na Figura 4.10 b) alcançou aproximadamente 0,17 metros, o que representa uma diferença considerável. No entanto, este fenómeno era expectável, devido ao decaimento rápido do passo espacial da camada representada na Figura 4.10 a), o que implicou um avanço da frente de material progressivamente menor. Por outro lado, a utilização de um passo espacial constante resultou num avanço uniforme ao longo da parede plana em cada passo de tempo, percorrendo uma maior distância.

Outra característica que se realça é a curvatura da camada solidificada da Figura 4.10 a), que nas suas camadas intermédias apresenta uma variação considerável no seu valor da espessura $e_{i,\tau}$, enquanto que na Figura 4.10 b), a espessura $e_{i,\tau}$ das camadas intermédias manteve-se aproximadamente constante, estando próximo do valor limite $k_s / \bar{h} = 1,1 \times 10^{-4}$ m.

4.7. Interpretação dos números adimensionais

Para que se possa entender melhor o problema que a simulação está a retratar, analisaram-se os valores dos números adimensionais identificados neste problema.

Começando pelo número de Jakob, dado pela Equação 3.4:

$$Ja = \frac{c_p(T_{\infty} - T_{sol})}{h_{lat}} = \frac{1520(220 - 130)}{209 \times 10^3} = 0,65455 < 1 \quad (4.2)$$

Devido ao facto de o número de Jakob ser inferior à unidade, é possível inferir que o calor latente de solidificação do material será superior ao calor sensível do material fundido. Este resultado indica que o material libertará uma maior quantidade de calor durante a sua solidificação, comparativamente ao calor sensível libertado no decorrer do seu arrefecimento.

O número de Stanton, expresso pela Equação 3.5:

$$St = \frac{h(T_{\infty} - T_w)}{\rho V_{\infty} h_{lat}} = \frac{2000(220 - 60)}{900 \times 0,2 \times 209 \times 10^3} = 0,0085061 < < 1 \quad (4.3)$$

O número de Stanton obtido é substancialmente inferior à unidade, o que indica que o calor total transferido por convecção, através do material fundido, é bastante inferior à sua capacidade de armazenar calor, i.e., inferior à sua capacidade térmica.

O número de Biot local, definido pela Equação 3.6:

$$Bi_i = \frac{he_i}{k_s} \quad (4.4)$$

Como visto anteriormente, ao longo das simulações realizadas o número de Biot tomou valores dentro da gama descrita pela Equação 4.6.

$$0 \leq Bi_i \leq 1 \quad (4.5)$$

Visto que o número de Biot local se encontra sempre inferior ou igual à unidade, deduz-se que a resistência à convecção térmica prevalecerá, pelo que o fenómeno de condução segunda a direção vertical (y) será o mecanismo de transferência de calor predominante.

Conclusão

5.1. Principais conclusões

A implementação do modelo quasi-bidimensional através de código *Octave* permitiu prever a forma da camada solidificada de material, que é injetado ao longo de uma placa plana arrefecida. O modelo, por não contemplar distribuição espacial da temperatura no meio sólido, só é válido enquanto Bi se mantiver inferior à unidade. Por outras palavras, o modelo formulado nesta dissertação é apenas válido enquanto a unidimensionalidade do problema for uma aproximação válida. Verificou-se que esta situação limite ocorria na primeira camada de material, i.e., na camada de entrada do domínio, o que implicou que, assim que a espessura de material solidificado nesta camada atingisse o valor limite k_s / \dot{h} , a simulação teria de cessar. Esta limitação decorre da hipótese simplificativa 9, pelo que, ao levantá-la, seria possível atingir fases mais tardias do processo de injeção.

O tempo de cálculo foi cerca de quatro minutos para avaliar o desenvolvimento da camada solidificada, provando que este tipo de abordagem pode ser viável para fases de pré-projecto, onde se pretende uma aproximação do desenvolvimento da camada de material solidificado, sem ter de se recorrer a métodos numéricos com tempos de cálculo e custos computacionais elevados.

O efeito do parâmetro k_s / \dot{h} foi estudado, permitindo concluir que, para valores superiores, o modelo permite obter espessuras maiores e maior desenvolvimento longitudinal da camada solidificada, ao custo de um maior tempo de cálculo.

O estudo do efeito do passo de tempo possibilitou averiguar quais os seus valores viáveis, procurando sempre um cálculo rápido e uma solução estável. Um passo de tempo reduzido pode ajudar a solução a tornar-se mais estável e precisa, no entanto, verificou-se que, a partir de um certo valor, diminuir o passo de tempo implicava um aumento elevado no tempo de cálculo, o que não é desejável neste modelo. Pretende-se, pois, um cálculo rápido e capaz de captar bem a

evolução da camada solidificada. Por outro lado, a janela de tempo de simulação mostrou-se pouco afetada em resposta à variação do passo de tempo. Por fim, detetou-se que, para passos de tempo menores, resultavam valores também menores da primeira variação de espessura na primeira camada sucessiva de material (que corresponde à camada de entrada do domínio), $\Delta e_{1,1}$, indicando que a simulação evoluía de forma mais lenta e exata.

Os parâmetros do processo foram estudados para que se pudesse concluir sobre a sua influência na solução. Começando pela temperatura de parede plana fria, T_w , verificaram-se maiores saltos de espessura da primeira camada no primeiro passo de tempo, $\Delta e_{1,1}$, para valores menores desta temperatura. O que este resultado indica é que, ao diminuir o calor trocado por convecção entre o material e a parede, resulta uma maior quantidade de material solidificado ao fim do primeiro passo de tempo, o que corresponde às expectativas. Foi também estudado o efeito da temperatura não perturbada do material fundido, T_∞ , onde se constatou que, ao aumentar esta temperatura, os saltos de espessura $\Delta e_{1,1}$ diminuíam. Concluiu-se que este fenómeno estava em linha com o esperado, já que o material, estando a uma temperatura superior, se afastava do seu ponto de solidificação, desfavorecendo a solidificação do material e provocando variações de espessura na primeira camada também menores. Por fim, a influência da temperatura de solidificação do material foi examinada, justificando-se pelo facto de esta poder variar consoante a estrutura cristalina do material. O aumento da temperatura de solidificação originou saltos de espessura maiores, devido ao facto de o calor sensível diminuir por este efeito, o que aproximava o material do seu ponto de mudança de fase, i.e., solidificação. Desta forma, o modelo mostrou responder corretamente à variação destes parâmetros.

Levantou-se uma das hipóteses simplificativas (hipótese 1: $V_\infty(t) = V_\infty = \text{cte.}$) do modelo, no sentido de o aproximar de um modelo bidimensional. Considerou-se uma velocidade decrescente de escoamento, através da definição de um passo espacial que decai ao longo da janela de tempo de simulação e que depende da posição da frente de material no passo de tempo anterior. Constatou-se que, utilizando a velocidade decrescente de escoamento, o desenvolvimento longitudinal da camada solidificada reduziu, comparativamente à camada obtida utilizando um passo espacial constante. Este efeito provém do decaimento do passo espacial ao longo do tempo. A forma da camada solidificada de material sofreu algumas alterações, tornando-se mais curva e menos espessa nas suas camadas intermédias.

Realizou-se ainda a interpretação dos números adimensionais que foram identificados no modelo e considerados pertinentes. O número de Jakob possibilitou inferir que houve uma maior quantidade de calor libertado durante a solidificação do material, i.e., calor latente, comparativamente ao calor sensível libertado, durante o seu arrefecimento. Já o número de Stanton obtido, sendo bastante inferior à unidade, indicou que o calor transferido por convecção durante todo o processo se manteve muito inferior à capacidade de armazenamento calorífico do material. Finalmente, o número de Biot local foi estudado, visualizando-se a sua evolução ao longo da simulação. Verificou-se que este se encontrava sempre entre 0 e 1. Este resultado indica que estamos na

presença de um sistema concentrado, sendo a distribuição de temperatura no volume solidificado, uniforme.

Este tipo de abordagem, devido à sua rapidez e leveza computacional, permite complementar os métodos numéricos usualmente utilizados (*Moldflow*, *Cadmould-3DF*, etc.), para que, como primeira abordagem e em fase de pré-projecto, se torne possível obter uma previsão do desenvolvimento da camada solidificada de material. O modelo apresentado e desenvolvido nesta dissertação teve como objetivo dar um passo exploratório neste sentido.

5.2. Sugestões para trabalho futuro

O modelo matemático quasi-bidimensional formulado apresenta diversas simplificações em relação à realidade. Apesar de ter sido possível reproduzir efeitos bidimensionais, o modelo possui ainda limitações. Sugere-se para trabalho futuro uma abordagem bidimensional, onde se levantem hipóteses simplificativas utilizadas no modelo, mas de forma a que se mantenha uma abordagem simples e célere. Assim, será possível uma estimativa mais exata da espessura da camada de material solidificada em fases mais tardias da injeção, ao invés de se obter apenas o resultado enquanto a primeira camada de material não atingir o valor limite k_s / h .

Será interessante retratar um problema com uma geometria um pouco mais complexa, mais próxima da realidade, mas que continue a estar dentro da gama de validade do modelo. Sugere-se, por exemplo, a injeção de material em forma de calotes esféricas, emanando de um ponto da parede do molde, como exemplificado na figura 5.1.

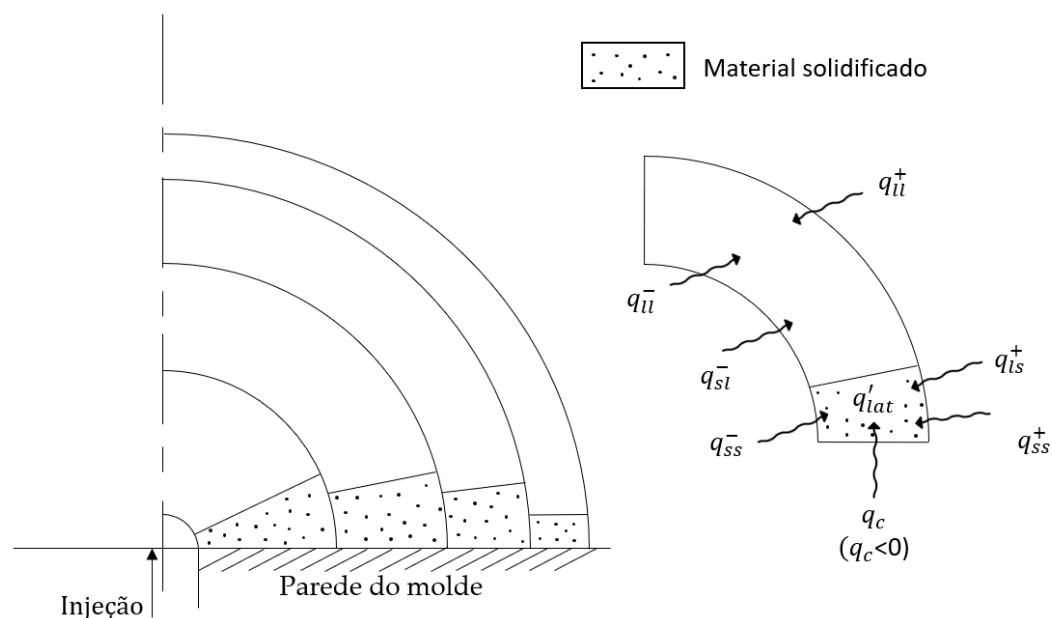


Figura 5.1– Injeção de material em forma de calotes esféricas que emanam a partir de um ponto da parede do molde.

Capítulo 5 - Conclusão

O defeito geométrico que se pretende prever é o empeno, pelo que se sugere uma abordagem com base na teoria das vigas para fazer surgir este efeito. Considerando que a camada de material solidificado é uma viga, através de uma abordagem de contração volumétrica do material resultando em deformações, poderá ser possível prever a ocorrência desta deformação geométrica.

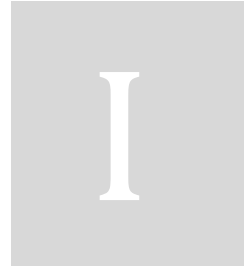
Referências

- Ali, C. Plastic Injection Molding. Disponível em: https://www.academia.edu/7566247/Plastic_Injection_Molding.
- Au, C. K. (2005). A geometric approach for injection mould filling simulation. *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 45, 115–124. doi:10.1016/j.ijmachtools.2004.06.012.
- Babenko, M., Sweeney, J., Petkov, P., Lacan, F., Bigot, S., and Whiteside, B. (2018). Evaluation of heat transfer at the cavity-polymer interface in microinjection moulding based on experimental and simulation study. *Appl. Therm. Eng.* 130, 865–876. doi:10.1016/j.applthermaleng.2017.11.022.
- Beacon (2019). Warp analysis using solidworks plastics. 21 Maio, 1. Disponível em: <https://www.beacon-india.com/warp-analysis-using-solidworks-plastics/>.
- Blaettler, K. (2018). What are natural polymers? 8 Agosto, 1. Disponível em: <https://sciencing.com/natural-polymers-8707376.html>.
- Brezinová, J., and Guzanová, A. (2010). Friction conditions during the wear of injection mold functional parts in contact with polymer Composites. *J. Reinf. Plast. Compos.* 29, 1712–1726. doi:10.1177/0731684409341675.
- Cardoso, R. P. (2019). Simulação em Moldflow de injeções de uma régua : contributos para um modelo simplificado célere.
- Carvalho, J. (2017). *Transferência de calor e eficiência energética*. 1ª Edição. Lisboa: Nova.FCT Editorial.
- Chen, X. (2003). Mathematical modeling of the in-mold coating process for injection-molded thermoplastic parts.
- COOLEY, J. (2018). 3 Causes of Warpage in Injection Molding. Disponível em: <https://blog.asaclean.com/3-causes-of-warpage-in-injection-molding>.
- Courbebaisse, G. (2005). Numerical simulation of injection moulding process and the pre-modelling concept. *Comput. Mater. Sci.* 34, 397–405. doi:10.1016/j.commatsci.2004.11.004.
- Courbebaisse, G., and Garcia, D. (2002). Shape analysis and injection molding optimization. *Comput. Mater. Sci.* 25, 547–553. doi:10.1016/S0927-0256(02)00333-6.
- Cruz, P. (2016). Projeto de um molde de injeção. 16–18.

- Fatoyinbo, H. O. (2013). Microfluidic devices for cell manipula- Dimensionless Number.
- Fernandes, C., Pontes, A. J., Viana, J. C., and Gaspar-Cunha, A. (2018). Modeling and Optimization of the Injection-Molding Process: A Review. *Adv. Polym. Technol.* 37, 429–449. doi:10.1002/adv.21683.
- Ford, T. (2003). Material selection. *Aircr. Eng. Aerosp. Technol.* 75, 84–86. doi:10.1108/aeat.2003.12775daf.003.
- Geddes, C. Do your mouldings suffer from jet lag? Disponível em: <https://www.hardiepolymers.com/knowledge/do-your-mouldings-suffer-from-jet-lag/>.
- GoodFellow Polystyrene (PS); Polypropylene (PP); Polyamide-Nylon-6 (PA 6); Polyethylene - High density (HDPE); Polycarbonate (PC) - Material Information. Disponível em: <http://www.goodfellow.com>.
- Guerrier, P., Tosello, G., and Hattel, J. H. (2017). Flow visualization and simulation of the filling process during injection molding. *CIRP J. Manuf. Sci. Technol.* 16, 12–20. doi:10.1016/j.cirpj.2016.08.002.
- Guevara-Morales, A., and Figueroa-López, U. (2014). Residual stresses in injection molded products. *J. Mater. Sci.* 49, 4399–4415. doi:10.1007/s10853-014-8170-y.
- HAWK RIDGE SYSTEMS ENGINEERING TEAM (2013). AVOIDING SINK MARKS WITH SOLIDWORKS PLASTICS. Disponível em: <https://hawkridgesys.com/blog/solidworks-plastics-sink-marks>.
- Jourlin, M., Courbebaisse, G., and Garcia, D. (2000). Polymer molding simulation - A mathematical imaging approach based on propagation of discrete distances. *Comput. Mater. Sci.* 18, 19–23. doi:10.1016/S0927-0256(99)00096-8.
- Knack, O. (2015). 11 INJECTION MOLDING DEFECTS AND HOW TO PREVENT THEM. Disponível em: <https://www.intouch-quality.com/blog/injection-molding-defects-and-how-to-prevent>.
- Kopeliovich, D. (2013). Thermoplastic Acrylonitrile-Butadiene-Styrene (ABS). Disponível em: https://www.substech.com/dokuwiki/doku.php?id=thermoplastic_acrylonitrile-butadiene-styrene_abs.
- Latt, J., Courbebaisse, G., Chopard, B., and Falcone, J. L. (2004). Lattice boltzmann modeling of injection moulding process. *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics)* 3305, 345–354. doi:10.1007/978-3-540-30479-1_36.
- Luca, A., Flosky, C., and Riemer, O. (2019). Effect of thermal conductivity on the achievable flow length of micro injection moulded parts. *Eur. Soc. Precis. Eng. Nanotechnology, Conf. Proc. - 19th Int. Conf. Exhib. EUSPEN 2019*, 398–399.
- Maier, C., and Calafut, T. (1998). *Polypropylene*.
- Parmar, K. C., and Kaiser, H. (2017). Comparison Of Simulation Results When Using Two Different Methods For Mold Creation In Moldflow Simulation. *Int. J. Sci. Technol. Res.* 6, 128–131.
- Pignon, B., Sobotka, V., Boyard, N., and Delaunay, D. (2018). Improvement of heat transfer analytical models for thermoplastic injection molding and comparison with experiments. *Int. J. Heat Mass Transf.* 118, 14–26. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.09.078.
- Pinto, R. J. F. (2012). Injeção e Caracterização do Comportamento Mecânico de Polímeros Termoplásticos Influência da Pressão de Injeção. 102. Disponível em: http://files.isec.pt/DOCUMENTOS/SERVICOS/BIBLIO/Teses/Tese_Mest_Ricardo-Pinto.pdf.

Referências

- Plastics, K. (2011). Did you know? A brief history of injection molding. *10 Novembro*, 1. Disponível em: <https://www.kaso.com/did-you-know-a-brief-history-of-injection-molding/>.
- Powell, J. (2001). A design guide. *Archit. Press* 2, 137–145. doi:10.1016/0003-682X(69)90016-4.
- Priyanka (2019). 13 Possible Injection Moulding Defects And How To Avoid Them. Disponível em: <https://www.unipipes.com/blog/injection-moulding-defects>.
- Quevedo, R. T. (2016). Polímeros termoplásticos e termofixos. Disponível em: <https://www.infoescola.com/quimica/polimeros-termoplasticos-e-termofixos/>.
- R. Y. Chang, C. H. Chen, K. S. S. (1996). Modifying the Tait Equation With Cooling-Rate Effects to Predict the Pressure-Volume-Temperature Behaviors of Amorphous Polymers: Modeling and Experiments. *Handb. Heterog. Kinet.* 3, 379–406. doi:10.1002/9781118557730.ch11.
- Rodrigues, P. D. (2018). Simulação em Moldflow Insight da injeção de veios de engrenagens de precisão para previsão de empenos.
- Rogers, T. (2015). Top-10 Injection Molding Defects And How To Fix Them. Disponível em: <https://www.creativemechanisms.com/blog/what-cause-injection-molding-defects-and-how-to-fix-them>.
- Rosato, Dominick; Donald, Rosato; Marlene, R. (2000). *Injection Molding Handbook*. doi:10.1007/978-1-4615-4597-2.
- Sokolowski, W., Metcalfe, A., Hayashi, S., Yahia, L., and Raymond, J. (2007). Medical applications of shape memory polymers. *Biomed. Mater.* 2. doi:10.1088/1748-6041/2/1/S04.
- Soong, D. S. (1981). Polymer Processing. *Chem. Eng. Educ.* 15, 204–207. doi:10.1016/b978-008043417-9/50021-0.
- Stricker, M., and Steinbichler, G. (2014). Determination of heat transfer coefficients at the polymer-mold-interface for injection molding simulation by means of calorimetry. *AIP Conf. Proc.* 1593, 137–141. doi:10.1063/1.4873750.
- Taghizadeh, S. (2013). Warpage Prediction in Plastic Injection Molded Part using Artificial Neural Network.
- Tech, D. G. S. What is plastic mold technology. Disponível em: <https://www.plasticmold.net/what-is-plastic-mold-technology/flow-marks/>.
- Vaz, D. C. (2020a). Comunicação Particular, 28 de Setembro.
- Vaz, D. C. (2020b). Comunicação particular.
- Vaz, D., and Frederico, J. (2020). Modelação simplificada da moldagem por injeção : Casos de estudo, documento interno DEMI/FCT/UNL, 7 pp.
- Young, W. Bin (2004). Residual stress induced by solidification of thermoviscoelastic melts in the postfilling stage. *J. Mater. Process. Technol.* 145, 317–324. doi:10.1016/j.jmatprotec.2003.07.015.
- Zhu, J., and Wang, C. (2010). Flow analysis in injection molding process based on moldflow. *2010 Int. Conf. Mech. Autom. Control Eng. MACE2010*, 19–22. doi:10.1109/MACE.2010.5536343.
- Zoetelief, W. F., Douven, L. F. A., and Ingen Housz, A. J. (1996). Residual thermal stresses in injection molded products. *Polym. Eng. Sci.* 36, 1886–1896. doi:10.1002/pen.10585.



Apêndice

